DELLA BIBLIOTECA SCELTA
vol. 208

MEMORIA
SULLA
DISPENSA DELLE ACQUE
E DIVERSE
ALTRE OPERETTE
DEL CAVALIERE
VINCENZO BRUNACCI

CON RAMI

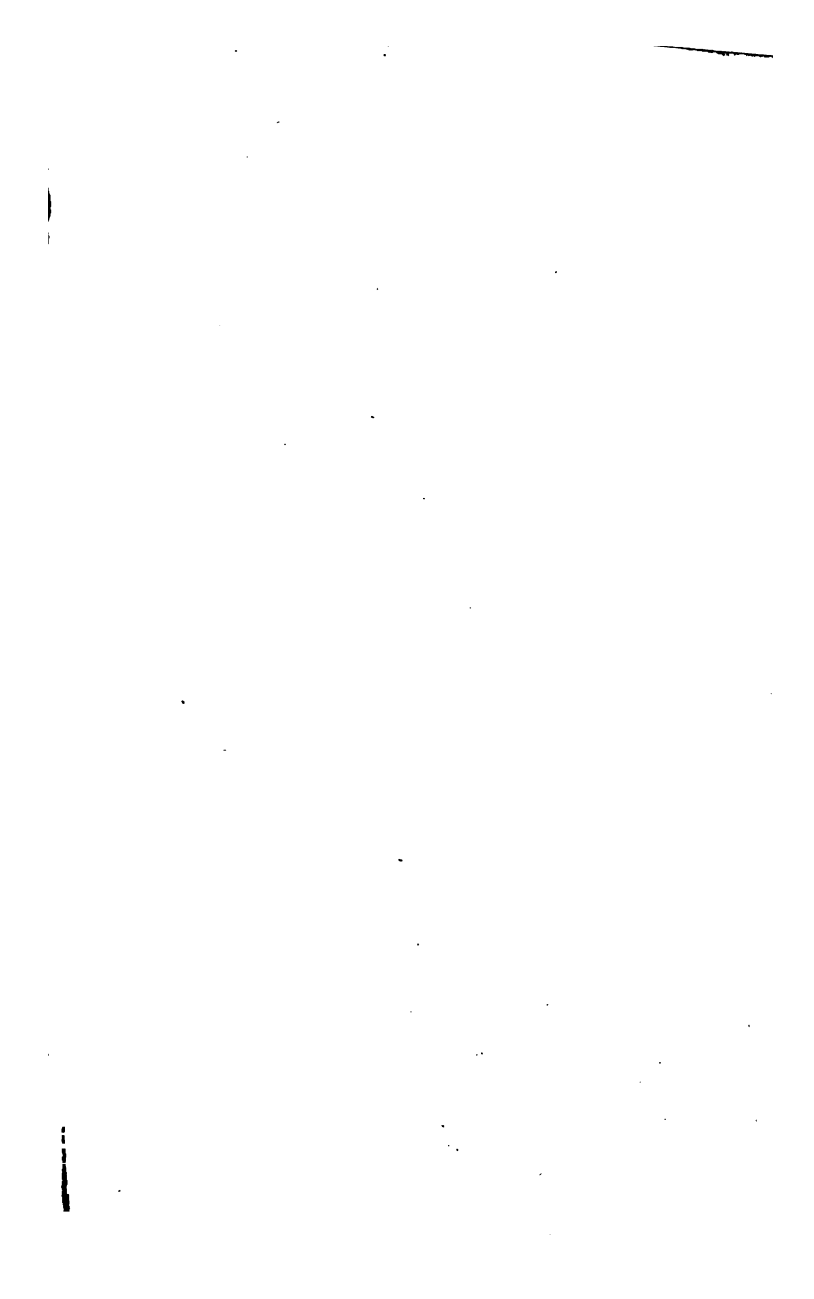
Prezzo Aust. lir. 4 02. Ital. lir. 3 50

BIBLIOTECA
SCELTA
DI OPERE ITALIANE
ANTICHE E MODERNE

vol. 208

VINCENZO BRUNACCI

MEMORIA

SULLA DISPENSA DELLE ACQUE
ED ALTRE OPERETTE.

Vincenzo Brunacci

MEMORIA

SULLA

DISPENSA DELLE ACQUE

E DIVERSE

ALTRE OPERETTE

DEL CAVALIERE

VINCENZO BRUNACCI

PROFESSORE DI MATEMATICA NELL'UNIV.
DI PAVIA, ECC. ECC.

COLLA BIOGRAFIA

DEL MEDESIMO

SCRITTA DALL'INGEGNERE

GIO. ALESSANDRO MAJOCCHI

PROFESSORE DI FISICA NELL'I. R. LICEO
DI MANTOVA.

CON RAMI

MILANO

PER GIOVANNI SILVESTRI

M. DCCC. XXVII.

IL TIPOGRAFO

Brunacci, che fu uno dei più distinti Scienziati che hanno fiorito in Italia in questo secolo XIX, non doveva essere omesso nella mia Biblioteca scelta. *Formando un volume di alcune operette di questo insigne Geometra, fu mio pensiere di scegliere quelle che potessero essere alla portata comune, scevre cioè di tutti quegli astrusi calcoli che sono accessibili soltanto a coloro che professano le matematiche. Mi rivolsi quindi per la scelta al professor Majocchi, uno dei suoi allievi che più d'ogni altro era in istato di conoscere le opere del suo precettore, poichè già da qualche tempo si occupava a raccogliere materiali per iscriverne la vita. Presento pertanto al Pubblico in questo volume nove opuscoli dell'illustre Professor di Pavia, il primo de' quali è una* Memoria sulla dispensa delle Acque, *premiata dalla Società Italiana delle Scienze, opera di non poca importanza ed utilità agl'ingegneri, agli architetti idraulici, agli agrimensori ed a tutti coloro che o per istituto o per disimpegno dei proprj affari, debbono regolare la distribuzione delle acque nei canali d'irrigazione, oggetto gravissimo per la nostra penisola* (1). *Non meno ben accetti saranno*

(1) *Vedi nella Biografia a pag.* XLI *il giudizio che di quest'opera ha dato l'illustre Cagnoli, ed a pag.* LI *quello estimato dal sig. Lombardi, Segretario della* Società Italiana.

agl' ingegneri ed agli agrimensori il secondo ed ultimo dei detti nove opuscoli, in uno dei quali si danno delle sperienze sulla Comunicazione dei fluidi, e nell'altro delle nozioni sul lavoro giornaliero di alcuni animali; nozioni di non poca importanza anche per tutti coloro che devono dirigere dei lavori pubblici e privati. Gli altri sei opuscoli interesseranno più o meno il fisico, il meccanico, l'ingegnere e tutti quelli che cercano la ragione dei fenomeni naturali.

Tutti essi opuscoli trovansi inseriti in Atti di Accademie o in Giornali, cosicchè non si rinvengono in commercio separatamente. Egli è anche da questo lato che il prefato volume riescirà tanto più grato al Pubblico, in quanto che egli troverà così raccolto in esso queste operette del Brunacci qua e là sparse. Ho cercato inoltre di rendere maggiormente interessante questo volume coll' unirvi un estratto della Biografia del Brunacci *scritta dal professore Majocchi, aggiungendo anche il ritratto dell' insigne Geometra disegnato su quello che da qualche anno ha pubblicato il nominato Biografo. Affinchè poi la presente raccolta di opuscoli del Brunacci non fosse mancante dal lato dell'esattezza tipografica, ho affidata la correzione della stampa anche al professore Massari, altro degli Allievi dell' illustre defunto. Io posso pertanto sperare che il Pubblico gradirà questo volumetto dopo tutte le cure che mi son dato affinchè in ogni parte non fosse mancante di quanto può renderlo vie più interessante, e farlo essere d'ornamento alla mia* Biblioteca scelta.

BIOGRAFIA

DEL CAVALIERE

VINCENZO BRUNACCI

SCRITTA DAL PROFESSORE

GIO. ALESSANDRO MAJOCCHI

Uno degli uomini che si distinsero in questo secolo XIX è certamente Vincenzo Brunacci. L'Italia, già dolente per la morte di molti chiarissimi Geometri, e principalmente di Mascheroni, di Fontana, di Lagrange, di Cagnoli, di Cossali, e di non pochi altri distinti ingegni, pianse amaramente la perdita di un altro distinto suo figlio che le aveva procacciato gloria ed onore. Nacque Vincenzo Brunacci in Firenze il dì 3 marzo del 1768 dagli onesti genitori Ignazio Maria ed Elisabetta Danielli di Volterra (1). Egli ricevette la prima

---

(1) Tre fratelli ebbe l'esimio estinto. Il reverendo don *Antonio Lorenzo*, Dottore in S. Teologia, Elimosiniere della R. Corte di Toscana, Confessore di S. A. I. R. il Granduca Ferdinando III, e Canonico del Duomo di Firenze. *Filippo*, Ragioniere in capo dell'I. R. Commissariato Generale di Guerra e Marina, col

educazione al collegio delle *Scuole pie di Firenze*, in cui dimostrò *gusto per le belle lettere, ma non passione* (1). Nell'anno 1783, cioè nel quindicesimo della sua età, egli incominciò ad essere iniziato nello studio delle matematiche, sotto la direzione del chiarissimo Canovai; ma siccome il padre di lui voleva fare del nostro Vincenzo un giureconsulto, così fu obbligato di applicarsi contemporaneamente allo studio delle leggi e della giurisprudenza. Sin da questo momento egli si pose allo studio delle matematiche, e sentissi infiammato dall'amor del vero in guisa che ne divenne appassionatissimo investigatore, e dimostrò d'aver un ingegno creato per le scienze esatte, poichè *abbandonò totalmente lo studio delle leggi, e prese passione smoderata per le matematiche.* Le vigilie e le fatiche con cui si occupò di queste scienze furono di nocumento alla sua salute e gli cagionarono una malattia, dalla quale poscia ristabilitosi continuò con egual ardore lo studio dell'algebra, prendendo per guida le Lezioni di matematica del Marie, colle aggiunte dei distinti Geometri Canovai e Del Ricco. Questi suoi studj lo fecero ben presto distinguere fra i giovani che frequentavano quelle scuole, e diventare non solo

grado di Capitano. *Carlo*, ch'esercita la professione di legale.

(1) Tutte le parole in *corsivo* sono del nostro Geometra, e si trovarono registrate in un foglio in cui egli aveva abbozzate le principali epoche della sua vita sin all'anno 1808, forse coll'intenzione di scriverla in seguito ad imitazione del Cardano, dell'Alfieri, del Cellini e di molti altri.

il più bravo degli alunni, ma bensì maestro stesso dei medesimi, *in modo che tutti andavano in sua casa a sentire le ripetizioni delle lezioni avute.*

Da che seppe esservi al mondo una geometria, egli la studiò con ardore, e da questa passò rapidamente alle altre parti delle matematiche, le quali, offrendogli mille novità aggradevoli, si disputavano le une colle altre la curiosità di lui. In questa scienza gli servirono di guida gli *Elementi di Euclide* del celebre Viviani. Verso il finire del 1784, cioè quasi nel XVII anno dell'età sua, il Brunacci fu mandato da suo padre all'Università di Pisa a studiar medicina per avere *un pronto mezzo di guadagno*; cosicchè fu costretto ad abbandonare le matematiche, per le quali aveva dimostrato tanta passione, ed erano la giusta via destinatagli dalla natura per salire al tempio della gloria. *Pochissimo profitto trae* pertanto il nostro Brunacci *dallo studio della medicina*, di modo che quest'anno è pel suo spirito un anno di riposo e di noja nello stesso tempo, essendo obbligato di apprendere una scienza per la quale non era inclinato. Essendosi nelle vacanze autunnali portato a Firenze, egli, *per incitamento del Canovai riprese lo studio delle matematiche*, e divisò di volere ad ogni modo intensamente dedicarsi al medesimo. Ritornato quindi sul finire del 1785 a Pisa *continuò languidamente la medicina*, ed in vece si diede *con fervore allo studio del calcolo differenziale ed integrale sotto il celebre Paoli, all'astronomia sotto lo Slop, e contemporaneamente alle matematiche applicate da sè medesimo*, prendendo a guida gli autori classici che scrissero

su queste discipline. In tal anno cominciò a dare ripetizione di matematiche agli scolari di quell'Università con molto profitto di sè medesimo; poichè, oltre il danaro che ne ritraeva, si rendeva nello stesso tempo più famigliari, e meglio rischiaravansi nella sua mente le cognizioni acquistate. In tal modo seguitò ad occuparsi di questi studj tutto l'anno 1786, quando nel seguente, cioè nel XIX dell'età sua, *dimanda per mezzo di concorso ed esame la cattedra di professore straordinario di Fisica nell'Università di Pisa*, che ottenne poscia nell'anno 1788, tempo in cui fu anche *addottorato in medicina.*

Pietro Leopoldo, Granduca di Toscana, prende a proteggerlo, e gli dà una pensione per istudiare l'idraulica sotto la direzione dell'ingegnere Pio Fantoni, uomo esperto nella scienza delle acque. In questo esercizio gli si presentò la favorevole occasione di *assistere alla fabbrica del sostegno fatto per la comunicazione dell'Arno col fosso dei Navicelli*, e di mettere così in esecuzione il precetto che = nelle scienze di fatto più gli occhi han veduto, più vede la ragione. = Sul finire dello stesso anno 1788 il nostro Brunacci *fa anche pratica nello studio dell'ingegnere Salvetti.* Egli però non tralasciava di continuare *con assiduità lo studio delle matematiche pure ed applicate*, cosicchè nel XXI anno di sua età egli era in istato di comprendere l'opera sublime la *Meccanica analitica del celebre Lagrange*, giacchè nelle annotazioni rammentate superiormente che risguardano le principali epoche della sua vita, egli ha lasciato scritto: *Mia delizia nel carnevale di quest'anno* (1789) *era*

lo studio della Meccanica analitica di Lagrange. In tal modo avvenne del Brunacci come del Coreggio, il quale al vedere una tela di Rafaello conobbe di essere Pittore, e il nostro Vincenzo alla lettura dell'opera sublime di Lagrange conobbe di essere Matematico.

Nell'anno 1790, cioè nel XXII di sua età, venne il giovine alunno delle scienze esatte *promosso dal Granduca Leopoldo Professore di Matematica e Nautica nel R. Istituto di Marina a Livorno.* Egli nelle sue lezioni *prese per testo l'opera di Bezout.* Qualche anno dopo il Granduca Ferdinando, successo a Leopoldo al trono della Toscana, *gli affida la cattedra di Professore d'Artiglieria e Matematica pel corpo dei Cannonieri e Cadetti*, cattedra ch'ei disimpegna unitamente a quella del R. Istituto di Marina sunnominata. Mentre copriva questo doppio onorevole incarico, cioè nel 1791, egli sopra una fregata toscana va a fare qualche escursione sulle acque del Mediterraneo *per insegnare la pratica dell'Astronomia nautica alle Guardie Reali di Marina, pratica ch'egli stesso apprendeva.*

Vedendosi il novello Professore in tal modo onorato dal Governo, pensò di dare qualche saggio del suo sapere nelle matematiche, pubblicando nell'anno 1792 l'*Opuscolo Analitico* che fu ben ricevuto dai Geometri. L'equazioni a differenze finite non si erano integrate generalmente al di là del primo ordine: in quell'opuscolo pertanto il nostro giovane Analista tratta con tutta la generalità quelle di second'ordine, e la matematica riceve nuovi incrementi non solo per rispetto alle dette equazioni, ma anche per quelle degli ordini superiori ed a differenziali parziali.

Questo primo lavoro analitico, in cui aveva mostrato quanto poteva penetrare addentro negli arcani delle matematiche e quanto era dotato d'un genio inventore, e le due cattedre di professore che gli furono affidate dal Granduca di Toscana, cominciarono a mettere le basi di quella fama a cui doveva egli in seguito salire; perciò l'Accademia dei Fisico-critici di Siena l'aggregò fra i suoi membri, e poco dopo, cioè sul finire del 1793, l'Accademia Reale fiorentina e quella dei Sepolti di Volterra lo nominarono pure loro membro. Nell'anno seguente pubblicò la *Memoria sopra l'integrazione di alcune equazioni a differenze finite* negli Atti dell'Accademia Sanese, di cui, come si disse, era stato nominato membro. In questo scritto egli ripiglia l'argomento trattato nel suo Opuscolo Analitico, ed applicando ingegnosamente le dottrine del suo precettore Paoli all'integrazione d'un'equazione a differenze finite proposta dal Matematico francese Charles, ne generalizza la forma, la integra indipendentemente dalle supposizioni di questi, e dimostra che l'equazione integrata dell'Analista oltramontano non è che un caso particolare della sua. Da ciò si vide nel Brunacci, sebbene ancor giovine, quanta attitudine incominciavasi a spiegare per le indagini di matematica sublime, e quanto sapesse abbracciare le idee più generali per discendere poscia alle particolari.

Dopo questi lavori egli pensò alla compilazione d'un testo per la scuola di Marina a Livorno, che egli con pari onore di sè medesimo e profitto dei piloti toscani disimpegnava. Ei fu pertanto nell'anno 1795 che Brunacci tradusse in un volume il *Nuovo*

Trattato di Navigazione che contiene la Teorica e la Pratica del pilotaggio di Bouguer, il qual trattato non solo arricchì d'aggiunte e d'illustrazioni, ma con un secondo volume, che serve di continuazione al medesimo, completò l'opera del Matematico francese. Questo libro in tal modo arricchito di aggiunte e d'un intero volume è uno dei migliori atti a formare il pratico piloto, e sopra molte navi toscane non si è ancora dimenticato, anzi si desidera il magistero del nostro Vincenzo. Il nominato libro venne preso per testo in parecchie scuole nautiche d'Italia, ed a quest'ora se ne sono fatte cinque edizioni (1) che migliorarono sempre più il Trattato, il quale coll'ultima di esse può dirsi opera interamente del Brunacci, tante sono le correzioni ed aggiunte fategli.

Nell'anno 1796, cioè nel XXVIII di sua età, egli pensò di conoscere altri paesi d'Italia fuori della Toscana. Si determinò pertanto di far un giro nella Lombardia, dove a Pavia Mascheroni ed i due Fontana si distinguevano fra i primi Geometri italiani dei loro tempi. Del valore matematico del nostro Vincenzo si sparse la fama anche nei paesi stranieri alle rive dell'Arno, e quei tre celebri Matematici dell'insubre Università avevano in grande stima il novello Analista, poichè dai saggi che aveva dati essi vedevano quanto era per diventare in seguito: egli è per questo che fu *umanissimamente trattato ed accolto dal Mascheroni e dai Fontana.*

---

(1) Una di queste è una traduzione in greco-volgare ad uso delle scuole nautiche delle isole Jonie.

Ritornato Brunacci a Livorno al disimpegno delle proprie funzioni di professore delle due cattedre nominate, continuò gli esercizi nautici ed i suoi studi sull'analisi matematica. Malgrado le fatiche e gli studi del Cavalieri, del Newton e del Leibnitz, e gli ampliamenti dati al calcolo infinitesimale dai fratelli Bernoulli, dall'Hopital, dal Riccati e da qualche altro Geometra, era esso ben lontano dal grado di perfezionamento cui poteva giungere. Penetrato da questa massima il Brunacci, e ritenendo che gli sforzi uniti di tutti i Geometri più facilmente potevano farlo avvicinare alla perfezione, egli si dedicò con tutto l'ardore allo studio di questo calcolo clamoroso; e nell'anno 1798 pubblicò il suo *Calcolo Integrale delle Equazioni Lineari* col quale fece fare nuovi progressi all'analisi sublime mediante l'integrazione di alcune di tali equazioni in cui avevano fatto alto i sommi Geometri La-Place, Paoli e Lacroix. Egli è per questo scritto che Paoli diede il nome d'illustre Geometra a chi fu già suo discepolo, e che un altro precettore del nostro Vincenzo, il chiarissimo Canovai, al di cui giudizio il Brunacci aveva sottoposto il suo lavoro prima di pubblicarlo con le stampe, non solo l'approvò, ma lo giudicò degno di comparire a vantaggio della scienza cui appartiene. Il Sovrano della Toscana, Ferdinando III, onorò pure l'autore di quello scritto col sollevarlo in parte dalle spese dell'edizione. Circa quest'epoca i celebri Matematici Mariano Fontana e Cagnoli, essendo passati per Livorno, primo loro pensiero si fu quello di visitare il novello Geometra, *ciò che faceano quei*

pochi i quali intelligenti di matematiche venivan a vedere quella città marittima. Questo prova in qual conto era sin d'allora tenuto il Brunacci, e qual fama aveva sparso di sè.

Le turbolenze politiche già infestavano alcuni paesi d'Oltremonte, e penetrate da qualche tempo in Italia vennero nel 1799 a disturbare dai pacifici suoi studi il Brunacci. *Egli vien preso in sospetto di vedere favorevolmente la rivoluzione francese; ed i Napoletani che momentaneamente occupavano Livorno domandarono al Granduca ch' egli ne fosse allontanato. Il Governo gli lasciò tutti gli onorari; gli assegnò di più una diaria, e con pretesto di farlo direttore in campagna dei lavori dei nuovi condotti di Livorno, l'allontanò da questa città*. Salvetti, sotto al quale Brunacci si era esercitato nella pratica d'ingegnere, era allora il direttore di tutte quelle grandi opere, di maniera che anche in questo caso era già tant' alto salita la riputazione del nostro Vincenzo, e tanta era la fiducia che si aveva del suo sapere nelle cose fisico-matematiche, che il Sovrano della Toscana teneva già il Brunacci capace ad assumere le direzioni de' lavori che erano stati incominciati sotto il magistero d'un uomo già precettore di lui.

Nell' estate dello stesso anno 1799 l'armata rivoluzionaria francese invade la Toscana, ed *obbliga* il nostro Geometra *ad essere municipale*; per tal motivo egli *fu costretto a salvarsi in Francia alla venuta dell'armata che fece sfrattare i Francesi* dalla penisola italica. Disturbate per tal modo le pacifiche occupazioni di Brunacci, egli, desideroso forse di vedere nuovo mondo e di cono-

scere gli uomini grandi che nelle scienze fiorivano in Parigi, approfittò di tale occasione per acquistare nuove cognizioni, e si portò infatti a vivere per qualche tempo nella capitale della Francia, finchè l'orizzonte politico dell'Italia si fosse rasserenato. In quella grande città venne *fraternamente trattato* dai distinti Matematici *Bossut e Cousin. Prony, il nostro Lagrange, Legendre, Leveque gli usano urbanità; è ricevuto nelle sedute dell' Istituto francese; gli si usano molti tratti d'amicizia. Al bisogno vien favorito da più membri di quella società d'un certificato, che gli fa ottenere ampia carta di ospitalità per restare in Parigi.*

Il Brunacci = Che più stretto ogni dì Matési il tenne = lontano dalla patria, non dimenticò i suoi studi prediletti e non trascurò di trar profitto da tutto ciò che la capitale della Francia poteva presentargli per vie più fornirsi di cognizioni, e di meditare su quanto poteva essere utile alla scienza che professava e procacciargli fama ed onore. Chi avrebbe creduto che Bossut, tanto benemerito dell' idraulica sperimentale e che accolse così fraternamente il novello Geometra italiano nel 1799, doveva quindici anni dopo averlo per collega a dividere la gloria d' aver promossa la scienza delle acque? Parimente Lagrange, il primo de' Matematici di quel tempo, certo non s'immaginava allora che Brunacci dovesse essere il più caldo ammiratore della sua teorica delle funzioni analitiche; teorica che con tanta alacrità si fece a diffondere e a sostenere fra di noi per isbandire dal calcolo gl' infinitesimi; teorica che am-

pliò con miglioramenti e con applicazioni, per cui non si saprebbe ben decidere quale dei due Geometri italiani merita maggior gloria, se si riflette altresì che per mezzo del Brunacci e della sua scuola si è diffusa per l'Italia dove tuttora si sostiene, quando nel paese, in cui venne ideata dal Lagrange, fu ammirata bensì ma non coltivata. Appunto in quest' epoca, morte ci rapì in Parigi uno dei più grandi nostri Matematici, il celebre Mascheroni, che trovavasi colà mandato dal Governo cisalpino in qualità di commissario per l'oggetto gravissimo dei pesi e delle misure. Il Brunacci ebbe l' occasione di accompagnare al sepolcro la salma di quell' illustre Italiano unitamente a tanti altri uomini distinti nazionali e stranieri che a quel tempo dimoravano in Parigi; fra i primi, notavansi i membri dell' Istituto Francese, La-Place, De-Lambre, Prony e Legendre che sostenevano i quattro angoli dello strato funebre del Mascheroni.

Sul finire dell' anno 1800, essendo dileguati alla meglio i torbidi politici, Brunacci ritorna in Italia dove, postosi in riposo dalla cattedra di matematica che copriva nell' Università di Pisa il celebre Paoli, egli viene nominato professore in sua vece, e così nell' età di trentadue anni è destinato a subentrare al suo maestro per disimpegnare la cattedra principale di matematica dell'Università pisana. Ma in un altro ateneo più cospicuo di quello di Pisa dovea la fama del Brunacci giungere al suo colmo e splendere di una luce vividissima e brillantissima. L' Università di Pavia era il centro da cui si dovevano diffondere con incredibile potere le dottrine del

Lagrange vestite ed ampliate dal Brunacci. La nostra penisola doveva per gli sforzi uniti di tanti suoi Geometri salire fra il numero delle prime nazioni coltivatrici delle matematiche discipline. Infatti, mentre l'italiano Lagrange promoveva in Oltremonte le dottrine tutte dell'analisi, e teneva il primato fra i Matematici di una delle più dotte nazioni; e mentre Fergola sulle rive del Volturno diffondeva la sintesi geometrica, formando una scuola composta dal Flauti, dal Giordano, dal Sangro, dallo Scorza, dal Giannatasio e da molti altri, la quale riprodusse la gloria geometrica dei tempi d'Archimede e d'Apollonio; e mentre Oriani sulle rive dell'Olona faceva altrettanto per la teoretica e pratica astronomia, e formava per l'onore della penisola gli astronomi Santini, Inghirami, Piazzini, Plana, Brioschi e Carlini, che con tanto lustro dirigono ora gli osservatorj di Padova, di Firenze, di Pisa, di Torino, di Napoli e di Milano; e mentre Venturoli sulle rive del Reno e del Tevere preparava nelle matematiche applicate allievi degni di lui, Brunacci sulle sponde del Ticino doveva trattare le più sublimi questioni della geometria coll'analisi del Monge, e spargere le dottrine Lagrangiane con tale insinuazione, da divenire l'istruzione matematica eloquente sulle sue labbra, e preparare per tal modo allievi che dovevano occupare in seguito le principali cattedre di matematica e di fisica, e recar così maggior lustro alla nazione.

La Repubblica Italiana invita Brunacci a venire nel seno di lei per coprire la cattedra di Matematiche sublimi a Pavia, rimasta vacante per la giubilazione

di Gregorio Fontana. Gli si offre onorevole e comodo stipendio, perciò accetta la proposizione, e lasciando Pisa, viene a Pavia. Ei fu appunto nel 1801 che il Brunacci incominciò le sue lezioni di calcolo sublime in questa celebre Università, e di questa nomina si felicitarono i primi Matematici italiani viventi di quei tempi, amici di lui (1). Nel primo anno in cui egli occupava una tal cattedra fu nominato Rettore Magnifico di quell' Università. Giunto il nostro Geometra a Pavia così s'esprime intorno allo stato in cui ivi erano le scienze esatte: *Trovo gli studj matematici in massimo languore. Non si andava al di là degli Elementi del Marie. Lo stesso languore in tutta la repubblica. Professori deboli e non desiderosi di apprendere.* Forse queste parole sembreranno a taluno troppo dispregevoli per essere applicate al luogo dove, poco prima della venuta del Brunacci, risiedevano per l' insegnamento matematico i due Fontana Mariano e Gregorio, e quello stesso Mascheroni di cui Brunacci aveva pianto la perdita in Parigi; esse a primo aspetto possono prendersi come un insulto ch' egli lasciava scritto contro questi tre grandi Geometri, per meglio forse dar risalto a quanto operò a profitto ed a decoro dell' insubre ateneo. Se vogliasi però esaminare ben addentro la sen-

(1) Il celebre Oriani il 1.° luglio del 1801 così scriveva al nostro Brunacci: « Mi rallegro che il nostro « Governo abbia conosciuto i meriti vostri scientifici e « v' abbia nominato professore dell'Università di Pavia. « Questo grande stabilimento letterario acquisterà un « nuovo splendore dal vostro nome, e coi vostri pre« cetti incoraggirete presso di noi i buoni studj. »

tenza del Brunacci si troverà ch' essa non è esagerata. I due Fontana ed il Mascheroni erano grandi Geometri; ma quantunque fossero forniti di tutte quelle doti che caratterizzano il genio e che qualificano gli uomini insigni, tuttavia non possedevano l' arte del porgere in quell' alto grado di cui il nostro Brunacci era fornito, non avevano come quest' ultimo la facilità di parlare in un all' intelletto ed ai sensi, ed insinuare cogli esempi, colle lodi e coll' incoraggiamento la gioventù all'amore per lo studio, animandola a vincere ogni ostacolo, ed a proseguire con alacrità nella carriera intrapresa (1). Io l' ho veduto, principalmente quando spiegava il trattato delle linee a doppia curvatura, trattato che di sua natura riesce di difficile intelligenza a chi è appena iniziato nei misteri del calcolo, dovendosi immaginare delle linee serpeggianti condotte nello spazio; io l' ho veduto, dissi, con qual chiarezza indicava l'andamento delle curve; con quali artifizi strascinava la mente del giovane a mettersi nell' immaginazione linee supposte, condotte nello spazio aereo; in qual modo osservava il volto degli scolari per iscoprirvi il segnale dell'intelligenza, e in caso diverso ritornar di nuovo sulla stessa spiegazione, svilupparla in altre maniere, ed assalito da fremiti d'inquietudine

(1) Con ciò non vogliamo dire che i Fontana ed il Mascheroni fossero affatto sprovveduti di quella facoltà che chiamasi *comunicativa*, e di quell' arte che serve a spingere con passione i giovani allo studio ed alle fatiche: soltanto noi crediamo che queste doti erano possedute dal Brunacci in un grado eminente, più alto cioè di quello dei tre Geometri nominati.

che rendeva più eloquente il suo dire, raddoppiare l'attenzione degli scolari: al fine leggendo sul loro volto la persuasione proseguiva con voce di contentezza la dimostrazione, parecchie volte con la fronte grondante di sudore per la tensione cui soggiacevano le fibre ed i muscoli del suo corpo allorquando egli cercava in mille modi di spianare quelle difficoltà che le qualità delle materie opponevano all'intelligenza dei giovani studenti. E perchè non si creda esagerato il mio dire riporteremo qui un passo d'un altro suo scolaro in cui descrive questa prerogativa del Brunacci: « Egli, « quantunque giunto (1) in luogo ove le matema- « che non erano sicuramente ignorate, corrispose « alla più grande aspettativa, ed avanzolla fino a « raggiungere un'ammirazione del tutto nuova. In « fatti non basta essere dotto nella scienza per « esserne professore: bisogna avere il dono della « parola, l'artificio della insinuazione. Questi pregi « erano in lui in un grado altissimo, incompara- « bile: chiunque l'ha udito dirà che le mie espres- « sioni, per quanto vive, pur non lo sono abba- « stanza. L'insegnamento matematico perdeva sulle « sue labbra ogni difficoltà, ogni asprezza, e, trat- « tato come una specie d'incanto, era insieme d'i- « struzione allo spirito e diletto all'orecchio. Fu « allora che le scuole matematiche sul Ticino pre- « sero quella rinomanza che tuttora grandemente le « onora. » Ed il Franchini, quantunque avesse avuto col Brunacci alcune controversie, pure a questo

(1) Così il Piola nell'articolo necrologico, inserito nel tom. X della Biblioteca Italiana, 1818.

proposito scrisse: « Egli fu dottissimo professore « di matematica superiore a Pavia, nello studio infa« ticabile, in ogni sua produzione lucidissimo, nel« l'ammaestramento della gioventù esimio (1). » I due Fontana ed il Mascheroni pertanto, quantunque rendessero celebre coi loro nomi l'ateneo pavese, tuttavia, occupati piuttosto della sola scienza e spesso le loro menti sublimi divertite in quei tempi dalla politica, non ponevano gran cura a fare degli allievi che portassero nelle altre città il fuoco e l'amore per le scienze esatte, e che fornissero lo Stato di valenti maestri: perciò non è maraviglia se in quasi tutte le scuole delle province vi fossero *professori deboli*, e non forniti di talenti e di quel corredo di cognizioni che li rendono capaci a spandere in una nazione l'amore per le utili discipline; tanto più che in tal epoca il languore per gli studj matematici era sparso quasi direi in tutta l'Europa.

In così vario e vasto campo ebbe Brunacci occasione di mostrare il suo profondo sapere nelle scienze fisico-matematiche. Egli ben presto divenne l'idolo de' suoi discepoli, e seppe acquistarsi presso i medesimi e presso i dotti colle sue fatiche e coi suoi talenti quella stima che meritava. Per tempo si manifestò nell'illustre Fiorentino quella virtù tutta propria e particolare degli uomini eccellenti, che moltiplica a misura degli ostacoli, e quando nell'opinione di tutti è spenta la speranza trova per non avvertiti modi la via della vittoria. Fu

---

(1) Saggio sopra le Storie delle Matematiche. Lucca, 1821.

pertanto primo pensiero del Brunacci di far ogni sforzo per *riformare lo studio delle matematiche* in quella Università, facendo in modo che il *Governo creasse una cattedra d'introduzione al calcolo sublime*; e di trattare questo calcolo con la dottrina delle funzioni analitiche con cui incominciò a diffondere per l'Italia gli alti concepimenti di Lagrange. In tal guisa, apertosi al nostro Vincenzo un vastissimo campo per far palese il suo ingegno, e sostenute lodevolmente come avea le cattedre già occupate in Livorno ed in Pisa; di giorno in giorno andava sempre più crescendo in fama ed in riputazione, di maniera che venne dall'Accademia di Padova e da quella di Torino aggregato fra i loro membri, per la seconda volta è prescelto al posto importantissimo di Rettore Magnifico dell'Università di Pavia, ed il Governo cisalpino lo incarica dell'ordinamento degli studj matematici nella repubblica.

Con sì prosperi principj entrato il nostro Vincenzo nel novero degli Scienziati, e postosi nel rango dei primi Matematici italiani di que' tempi e fra i principali professori d'una celebre Università, egli si occupò ad accrescere la sua fama: nell'anno 1802 pubblicò l'opera, *Analisi derivata o sia Analisi dedotta da un sól principio di considerare la quantità* che presenta i fondamenti di un calcolo generale. Il principio di derivazione considera una quantità qualunque in diversi stati dipendenti l'una dall'altra per una istessa legge, ed il suo scopo è d'indagare le proprietà di questa medesima quantità relativamente ai suoi stati, per quindi far uso delle proprietà stesse nella solu-

zione dei problemi. La legge di derivazione o il principio col quale devesi effettuare una tal operazione può essere qualunque, per cui si avranno dall' analisi derivata tanti rami di calcolo quante sono le operazioni che possono immaginarsi indicate. L' analisi derivata abbraccia adunque la teorica degli esponenti, il calcolo delle differenze finite, quello delle funzioni analitiche, il calcolo differenziale, la teorica delle facoltà numeriche, ecc., e lega per tal modo tutte le parti delle matematiche fra di loro. Non deve quindi far maraviglia se taluno ha detto « trovarsi in questo libro uno « dei più sublimi concetti che siano caduti in « mente umana, cioè quello del principio di derivazione » (1).

Uno dei primi pensieri del Brunacci fu, come si disse, la riforma degli studj matematici nell'Università in cui si trovava professore, giacchè era suo scopo non solo di far progredire la scienza, ma di diffonderla, formando allievi che dovessero in seguito maggiormente accrescere il nostro patrimonio infatto di scienze fisico-matematiche. Incaricato pertanto dal Governo di un corso di lezioni d' Idrometria e Geodesia, di cui niuna parola si faceva a quell' Università, approfitta di quest' occasione, e domanda un assegnamento per la provvista di alcuni strumenti idrometrici e geodetici, e diviene così il fondatore dell' attuale Gabinetto d' Idrometria e Geodesia ch' è andato sempre più arricchendosi sino allo stato di floridezza in cui trovasi oggidì. Noi non mostreremo qui quali van-

(1) Piola, luogo citato.

taggi abbia recato Brunacci alla scienza ed alla gioventù che percorre la carriera dell'ingegnere e dell'agrimensore, coll'istituzione di questo Gabinetto; ma per rispetto a ciò manderemo i nostri lettori a consultare il Rapporto dell'ingegnere Rasponi intorno all'istruzione che nelle pratiche geodetiche ed idrometriche traevano gli studenti ingegneri nell'Università di Pavia (1). Già sino nel 1803 Brunacci aveva molto estesa la sua fama, sicchè nell'anno stesso, epoca della formazione dell'Istituto nazionale di Scienze, Lettere ed Arti, egli venne scelto ad esserne membro fra i primi trenta nominati per formare quel corpo stabilito al numero di 60 socj. Nel seguente anno 1804 Napoleone volendo ricompensare i suoi talenti lo nominò *Cavaliere della Legion d'onore di Francia.*

Brunacci già da qualche tempo meditava sopra un progetto grandioso, il quale non poteva essere mandato ad effetto che da un Geometra di primo ordine. Sin dall'aprile del 1800 il grande Oriani l'aveva invitato a comporre un Corso completo di calcolo differenziale ed integrale, fondato sopra i principj lagrangiani, ritenendolo il solo fra gl'Italiani che potesse intraprenderlo con felice successo. Egli pertanto non fu sordo agli eccitamenti di un sì celebre Astronomo, e negli anni 1804, 1806, 1807 e 1808, pubblicò in quattro volumi in quarto il suo *Corso di Matematica sublime* in cui inserì tutto ciò ch'era stato fatto dai moderni Geometri su tal argomento, e molte v'aggiunse di cose sue

(1) Giornale di Brugnatelli, Pavia 1808, tom. I, pag. 365.

proprie. A lui appartiene l'integrazione delle equazioni lineari di second'ordine a coefficienti variabili; sua è una formola per l'integrazione delle equazioni lineari di tutti gli ordini a coefficienti costanti; suo il metodo di ricompletare gl'integrali a coefficienti costanti da sostituirsi a quello dell'Alembert, la cui dimostrazione era difettosa, metodo che felicemente introdusse anche nel calcolo differenziale; sua l'idea della probabilità variabile, e della soluzione dei problemi ad essa spettanti; sua l'applicazione del calcolo delle differenze finite alla Geometria ed all'Algebra. Molti sono i pregi di quest'opera grandiosa, oltre le cose nuove che contiene, in cui Brunacci

Di figure e di calcoli sicuro
Gl'intricati correndo labirinti

unisce in un sol corpo, e con conveniente ordine dispone tutto ciò che forma la scienza del Calcolo sublime (1). Brunacci dietro le orme di Lagrange ha

(1) Il celebre Matematico Fossombroni, che tenne sempre col Brunacci una corrispondenza scientifica, e consultava il medesimo, e n'era vicendevolmente consultato intorno alle matematiche, così gli scriveva nel giugno del 1806, intorno ai primi due volumi del *Corso di Matematica sublime*: « Io felicito i giovani italiani « d'oggidì che con un corso così fatto incominciano « dove noi finivamo allorquando eravamo all'Università, « e non mi maraviglierò se le matematiche si diffon- « deranno con molta più rapidità di prima. » E nella stessa lettera poco dopo soggiugne: « Fino ad ora mi è « sembrato preciso e chiaro, e tale che i Francesi non « mi pare abbiano altrettanto, giacchè il Corso del « compilatore Lacroix mi sembra che non possa per-

sbandito da questa scienza gl'indivisibili, gl'infinitesimi, i limiti e le flussioni, ed i suoi fondamenti poggiano ora sopra principj simili a quelli dell'algebra elementare. È per tal modo somma gloria per gl'Italiani d'aver veduto creati i principj del calcolo sublime dal Cavalieri, ed il veder ridotti questi principj all'ultima loro perfezione per opera di Lagrange e di Brunacci; di maniera che gli sforzi tutti degli stranieri sono compresi fra questi due limiti.

Occupato il nostro Geometra in opera tanto laboriosa, parrebbe che non gli avesse dovuto rimanere tempo per dedicarsi ad altri lavori, tanto più se vogliasi aver riguardo alle ore che doveva impiegare nell'istruzione, nelle incumbenze di cui veniva dalla superiorità incaricato, e nelle faccende domestiche. Ma in questo periodo di tempo egli pubblicò altre otto opere più o meno voluminose, più o meno analoghe all'argomento principale che

« corrersi, senza rischio di confusione, da un giovine « che studia la prima volta. » Ed in una lettera del settembre 1808, così scrive il nominato Fossombroni al Brunacci: « Ho ricevuto il vostro IV volume, e seb« bene molte insolite distrazioni mi abbiano impedito « di studiarlo, ho potuto scorrendolo vedere delle belle « cose, tra le quali non posso tacere l'Appendice se« conda che mi è infinitamente piaciuta e comparsa « interessante. Non tacerò nemmeno uno sbaglio in cui « v'ha fatto incorrere la vostra per me preziosa amici« zia citandomi con espressioni che il Pubblico troverà « troppo superiori al mio merito. Insomma io mi ral« legro con voi, e sono mortificato di non aver modi « per corrispondere alla vostra cordialità. »

l'occupava e più o meno importanti. Nell'anno 1805 Brunacci inserì negli Atti dell'Accademia di Torino una *Memoria sull'uso delle variazioni delle costanti nell'integrazioni dell'equazioni a coefficienti variabili*, la quale è come un appendice al suo Calcolo integrale delle equazioni lineari, pubblicato nel 1798. In essa si contengono molti teoremi nuovi sulle integrazioni delle equazioni. Nel seguente anno 1806 stampò una *Memoria sopra i principj e le applicazioni del calcolo differenziale ed integrale* (1). In essa dimostra la necessità di sbandire dalle scuole la tenebrosa metafisica degl' infinitesimi. Ivi fa ardenti voti affinchè succeda un tal bando, il quale, se non fu effettuato in Francia, ove dimorava allora l'autore stesso delle funzioni analitiche, *possiamo però lusingarci*, dice Brunacci, *che seguirà in Italia da che venne prescritto nelle due Università di Pavia e di Padova dover essere fondato il calcolo differenziale ed integrale sopra i principj lagrangiani, dedotti dall'analisi derivata.* Nello stesso volume primo dell'Istituto nazionale trovasi un'altra Memoria di lui che versa *Sui criterj per distinguere i massimi dai minimi nel calcolo delle variazioni.* Oltre questi scritti, i quali avevano analogia col Corso di Matematica sublime che l'occupava in questo quinquennio, e che furono o tutti o in parte innestati nel medesimo, altri ne pubblicò che versano su materie differenti da quelle del corso nominato. Nello stesso anno 1806 ideò un nuovo strumento

(1) Tom. I delle Memorie di Fisica e Matematica dell'Istituto nazionale italiano.

idrometrico, *Il Galeggiante composto*, la di cui teorica ed uso consegnò nel detto tomo I degli Atti dell' Istituto nazionale. Io non mi farò qui a mostrare quali vantaggi abbia recato all' idraulica l'istrumento inventato dal nostro Brunacci, giacchè ed il Venturoli nella sua Meccanica, ed il Rasponi nel nominato Rapporto, ed il Fossombroni ed altri scrittori idraulici ne parlaron favorevolmente. Nell' anno 1808 pubblicò i suoi *Elementi d'Algebra e Geometria* che furono destinati come testo nelle scuole di Matematica dei Licei del regno. Di questi Elementi egli è piuttosto il compilatore che l' autore, poichè incaricò alcuni suoi allievi per trascrivere dagli Elementi di La-Caille, sui quali con tanto successo lavorarono il Marie, e gl' italiani Canovai e Del Ricco, e dalle opere elementari di Eulero, di Bezout, di Bossut, di Clairaut, di Riccati, di Saladini, di Paoli, di Ruffini, e di qualche altro, tuttociò che poteva essere opportuno per la compilazione del suo libro. La geometria da lui prescelta è quella di Euclide, volgarizzata dal celebre Grandi, a cui ha fatto alcuni cangiamenti ed alcune aggiunte; e per rispetto alla trigonometria gli ha servito il ristretto che di questa scienza ha pubblicato l' illustre Cagnoli. Al Brunacci quindi deve attribuirsi soltanto l'ordine con cui furono distribuite le materie, e chi scrive un libro elementare di questa fatta altro vanto non può ottenere che per l'ordine; del resto nulla d' importante non può aggiungervi, e niuna gloria può acquistarne l' autore dal lato della novità. Brunacci ottenne il suo scopo, e per rispetto all'ordine ed alla scelta delle materie i

suoi Elementi hanno avuto il più lusinghiero accoglimento, giacchè sei edizioni si fecero sin a quest'ora dei modesimi, cinque delle quali a Milano ed una a Bologna; e si noti che tre furono fatte dopo la morte dell'Autore, ed arricchite di erudite note da uno dei distinti suoi discepoli. Nello stesso anno 1808 il nostro Geometra pubblicò tre *Discorsi Accademici di Meccanica animale* (1), nel primo dei quali prende ad esame coi lumi della Fisica e della Meccanica il salto semplice, nel secondo il salto mortale ed il salto tondo, e nel terzo parla della leggerezza nel correre facendosi a correggere un errore in cui erano incorsi i Geometri Lambert, Prony e Gregorio Fontana. Finalmente nel quinquennio mentovato, in cui Brunacci pubblicava il suo Corso di Matematica sublime, diede anche alla luce colle stampe una *Memoria sopra le soluzioni particolari delle equazioni alle differenze* (2). Con questo scritto entra Brunacci nell'intricatissimo laberinto delle soluzioni particolari delle equazioni alle differenze, e le sue meditazioni fruttarono per le scienze esatte alcuni eleganti teoremi sugl'integrali particolari e completi di tali equazioni per la cui integrazione accennò qualche traccia, e facilitò per tal modo ai posteri il progresso di questo ramo d'analisi sublime.

Nel tempo in cui ha eseguito tutti questi lavori di tavolino non tralasciava d'essere utile allo stato

(1) Giornale di Pavia, tom. I, pag. 73.

(2) Memorie della Società Italiana delle Scienze. Verona, 1808, tom. XIV.

con lavori pratici che interessavano la pubblica prosperità del regno. Il Direttore generale di acque e strade e porti marittimi Paradisi, essendo stato incaricato dal Governo di fare stendere un progetto per la costruzione del Canale navigabile da Milano a Pavia, sul finire di luglio 1805, così scriveva al nostro Brunacci: « Un'opera di somma importanza esige « l'esperienza, i lumi e lo zelo di abili professori, « e persuaso che in voi concorrono tali requisiti « in grado eminente, vi ho prescelto unitamente « agli ingegneri Giussani e Giudici a quest' og- « getto con superiore approvazione. » La relazione di questo progetto venne distesa dal Brunacci a nome dell'intera Commissione, e porta la data del 21 ottobre 1805. Il progetto venne nella primavera del 1806 spedito dal Governo di Milano a Parigi per l'approvazione di Napoleone, ove fu rimesso all'esame del Matematico Prony, direttore dell' I. R. Scuola de' Ponti ed Argini di Francia. Questi trovò degne di approvazione e di lode alcune parti del progetto, ed altre rilevò dovere soggettarsi a qualche modificazione e perfezionamento. Rimesse al Brunacci le osservazioni di Prony, egli non tralasciò di scioglierne tutta la difficoltà, e di dilucidare tutti i dubbi del medesimo; per la qual cosa il progetto del Brunacci venne adottato. Sul finire del 1807, il nostro Professore, ch'era già stato nominato *Ispettore generale di acque e strade*, venne destinato *Direttore dei lavori per la costruzione del canal-naviglio di Pavia*, e Giussani e Giudici furono gl'ingegneri che dovevano sussidiarlo in quella grande operazione. All'atto dell'esecuzione il Brunacci pensò di fare al suo progetto alcune mo-

dificazioni che la pratica gli suggeriva: ed altre ne fecero, molto dopo incominciata l'opera, gl'ingegneri anzidetti sottentrati al Brunacci nella direzione immediata dei lavori del canale di cui parliamo, sotto la special sorveglianza dell'Ispettore generale Coccoli; poichè il Brunacci, dovendo accudire alla cattedra di Calcolo sublime nell'I. R. Università di Pavia, non poteva disimpegnare nel tempo medesimo la carica d'Ispettore generale in attività di servizio presso la Direzione di acque e strade e porti marittimi del regno. Per la morte poi del Giudici, avvenuta sul cadere del 1809, venne nominato Direttore dei lavori per terminare il nominato canale il sig. Carlo Parea, in quel tempo ingegnere in capo del Dipartimento dell'Olona, sotto al quale ebbe poi il suo compimento nell'anno 1819, epoca in cui Brunacci era già passato nel numero degli estinti, per cui non ha avuto la compiacenza di vedere terminato un lavoro in cui ebbe la massima cooperazione, ed intorno a cui, quantunque avesse cessato dalla direzione immediata incompatibile colle altre sue incumbenze, venne tratto tratto consultato (1).

Tutti questi lavori fruttarono al Brunacci non pochi onori e premj; e per tacere dei minori,

(1) I lavori del canal-naviglio sul cadere del 1809 arrivavano quasi fino a Binasco. Il piano dei medesimi da quel punto sino allo sbocco nel Ticino fu molto variato partendo il canale a sinistra dalla strada postale che conduce a Pavia, mentre nel progetto originario era stabilito a destra della medesima. Questa variazione, che dicesi essere stata feconda di alcuni vantaggi, è dovuta agli studi del nominato signor ingegnere Parea.

diremo soltanto che nel 1806 egli venne nominato *Cavalière della Corona ferrea, ed Ispettore d'acque e strade*, e nello stesso anno la *Società Italiana delle Scienze l'aggregò fra i suoi membri*; vedendo ben ella quanto poteva il medesimo accrescerne lo splendore co' suoi scritti di cui corredò, come abbiamo notato, il volume XIV degli Atti della medesima. In questo tempo il Governo Etrusco spedì al Brunacci una Medaglia per onorare un sì degno concittadino, del che il Ministro degli affari esteri del regno d'Italia gli dà notizia con lettera del 19 giugno 1806. Il Vicerè pure rimunerò le dotte fatiche del nostro Vincenzo assegnandogli con decreto del 21 ottobre 1808 la somma di lire 2400 italiane per la sua soddisfazione del Corso di Matematica sublime, che come abbiamo detto aveva terminato di stampare in quell'anno. Appunto in questo periodo di tempo egli occupò per la terza volta il posto di Rettore Magnifico dell'Università di Pavia.

Nel suo terzo Rettorato gli fu affidata la riforma del piano degli studi matematici per le università. Si è allora che il numero delle cattedre destinate per l'istruzione dei giovani architetti, ingegneri ed agrimensori crebbero di numero, e le scienze fisico-matematiche entrarono a formare una sezione a parte degli studi superiori; voglio dire la facoltà fisico-matematica; si è allora che incominciarono a ricevere il grado di dottore dopo un corso di tre anni i giovani che si facevano a percorrere la carriera delle scienze esatte. Fra le cattedre aggiunte merita d'essere notata quella di

Introduzione al calcolo sublime, per mezzo della quale la gioventù dopo aver studiato nei Licei gli Elementi di Matematica pura, passando all'Università non fa più un salto troppo rapido passando tosto al calcolo differenziale ed integrale, ma in tal modo viene in vece questa istradata con dottrine le quali riempiono il grand'intervallo che separava l'Algebra e la Geometria elementare dal Calcolo nominato.

Brunacci in mezzo a tutte queste occupazioni non tralasciava i suoi studi favoriti, e questi non meno facevansi sui libri che sui continui sperimenti, sulle osservazioni delle leggi fisiche dei corpi, sui confronti delle diverse produzioni della natura e dell'arte, e sui continui tentativi per iscoprire i misterj della prima, e per migliorare le operazioni della seconda. Molte sperienze egli eseguì per perfezionare l'idraulica, e per istruire i suoi allievi in questa scienza astrusa, di parecchie delle quali si dà notizia nel nominato Rapporto dell'ingegnere Rasponi. Egli è per questo che il Direttore generale della pubblica istruzione Moscati, così scriveva al Brunacci nel febbrajo del 1809, notificandogli il regalo che gli faceva il Principe Viceré: « Il clementissimo nostro Principe « si è degnato d'ordinare che a lei, sig. Professore, « sia donata una scatola d'oro in contrassegno della « superiore sua soddisfazione per le sperienze « idrauliche da lei eseguite nello scorso anno scolastico con tanta sua lode, e con tanto profitto « de' giovani studenti. » In quest'anno pubblicò la sua *Memoria sopra i criterj che distinguono i massimi dai minimi nelle formole integrali*

doppie (1), in cui si ammira sempre il grand'Analista, e in cui correggonsi alcuni errori del distintissimo Geometra francese Legendre. Sul finire dello stesso anno fu chiamato dal Ministro dell'Interno Vaccari a far parte della Commissione che doveva regolare l'attivazione del nuovo sistema di misure e pesi (2).

Gran profitto Brunacci sapeva anche trarre dai giuochi di puro divertimento, ed interrogare con essi la natura per indagare le forze meccaniche e valutarne le leggi. Di tal fatta è il *Ragionamento fisico-meccanico sopra i ballerini da corda tesa* (3), in cui si fa ad indagare qual vantaggio, porta al ballerino quell'asta di legno che tiene nelle mani. In quest'anno fu nominato membro del Collegio dei Dotti.

L'Accademia di Padova aveva proposto un quesito con cui cercava un esame di confronto della Metafisica dei metodi finora conosciuti che formano il fondamento del Calcolo differenziale ed integrale, argomento che già da molto tempo occupava la mente del nostro Geometra, e di cui aveva già dato saggi sì luminosi nelle opere che aveva pubblicato. Egli pertanto era quasi direi il solo che potesse meglio d'ogni altro Matematico soddisfare alla domanda dell'Accademia: perciò

(1) Memorie dell'Istituto nazionale, tom. II.

(2) Così questo Ministro gli scriveva nel dicembre 1809: « Volendo io approfittare delle estese vostre co-« gnizioni ho ideato di destinarvi a far parte della men-« tovata Commissione. »

(3) Inserito nel tomo XV degli Atti della Società Italiana delle Scienze. Verona, 1810.

si accinse alla soluzione del quesito, e presentò la sua Memoria al concorso, la quale infatti ottenne nell'aprile del 1810 il ben meritato premio di lire 650 italiane. Questa Memoria venne poscia pubblicata colle stampe a spese dell'Accademia medesima, ed in essa si ravvisa di quanta erudizione nella scelta delle materie, di quanta finezza nel paragone dei diversi metodi, di quanta destrezza nel maneggio del calcolo, e in una parola di quanto sapere era fornita la mente del Brunacci. In questo scritto il nostro Autore dimostra che ad ogni modo la teorica delle funzioni analitiche merita sopra quelle degl' infinitesimi, delle flusioni, degli evanescenti, e dei limiti una decisa preferenza.

Interessanti sono le sperienze ch' egli ha consegnate nel Giornale di Pavia (1), le quali risguardano più la dottrina della comunicazione del moto, e vi portano non poca luce, che l' idraulica, come apparirebbe dal titolo che loro ha dato il suo Autore.

Nell'anno 1811 il nostro Brunacci pubblicò in due tomi il suo *Compendio del calcolo sublime* ove trovasi trattato tutto ciò che è necessario all' istruzione di un giovine Geometra; ed ove perfezionò parecchie cose che sono nel corso grande, e molte pure ne aggiunse di nuove.

La verità vuol essere cercata, ed è il tardo premio della fatica, della pazienza e della meditazione. Un'opera che costò al nostro Professore molti studi e molte sperienze fu la teorica del-

(1) Tom. III, 1810, pag. 157.

l'Ariete Idraulico, che sembrava sottrarsi al dominio del calcolo. Essa fu chiesta invano dall'Accademia di Berlino negli anni 1810 e 1812. Il nostro Brunacci doveva ottenerne il promesso premio se un accidente impreveduto non avesse impedito che la Memoria del nostro Geometra giungesse nel tempo prescritto all'Accademia. Di questa interessante opera si sono fatte due edizioni sotto il titolo di *Trattato dell' Ariete Idraulico.* In esso si ravvisa la somma perizia nello sperimentare, la profondità del sapere, la giustezza delle idee, e la maravigliosa penetrazione del Brunacci. Si è principalmente per quest' opera che l'Accademia di Berlino lo elesse a suo Socio corrispondente, in ricompensa del premio che egli avrebbe ottenuto se fosse giunto in tempo opportuno il suo scritto. Nello stesso anno 1811 l'Accademia Labronica di Livorno l'elesse Membro ordinario della classe scientifica, ed il Governo italico nominò il Brunacci *Ispettore generale di pubblica istruzione del regno d'Italia.* Nè credasi che in mezzo a tante occupazioni il Brunacci godesse di questo posto soltanto onorificamente. Egli disimpegnò con non minor zelo ed attività questa importante incumbenza, in prova di che daremo due soli attestati, il primo del Ministro della guerra e marina Fontanelli, che nell'aprile del 1813, per rispetto alla visita del R. Collegio di Marina di Venezia, così scriveva al Brunacci: « Dal suo « rapporto ho rilevato con molta mia soddisfazione « quanta diligenza e calore Ella abbia adoperato « nell' eseguimento della datagli commissione, e « quanta saviezza ed ingegno, sia nel rilevare il

« merito rispettivo del personale addetto al Col-
« legio, sia nel concertare e nel proporre tutto
« ciò che l'è sembrato dover essere utile al
« buon riuscimento di quegli allievi ed alla si-
« stemazione del Collegio. » Il secondo del Direttore generale della pubblica istruzione Moscati, che, per rispetto alla visita fatta agli stabilimenti d'istruzione, nel luglio dello stesso anno così gli scriveva: « Sua Altezza imperiale il Principe Vice-
« rè si è compiaciuta di dichiarare d'essere ri-
« masta contenta particolarmente del suo operato,
« e di ordinare che sia a lei testificata la sua sod-
« disfazione. »

Brunacci, quantunque passato Ispettore generale d'acque e strade onorario, tuttavia non tralasciava la Direzione generale di questo ramo d'amministrazione pubblica, di servirsi dei savj suoi lumi in materie gravi ed importanti. Un Matematico di Baviera avendo rassegnato al Vicerè quattro Memorie, la prima delle quali trattava dell'essiccamento delle valli e dei paesi inondati del regno d'Italia, la seconda della diversione del Reno e della sua immissione in Po, la terza del miglioramento delle macchine per espurgare i canali delle lagune di Venezia, e la quarta delle miniere d'Agordo nel Dipartimento della Piave; il nostro Geometra nel novembre del 1811 è invitato dal Direttore generale d'acque e strade e porti marittimi Paradisi a far parte della Commissione che doveva esaminare le dette quattro Memorie del Matematico bavarese, le quali interessavano non poco il regno per oggetti tanto importanti. Parimente in quest'anno fu incaricato dell'esame d'un progetto

compilato dall'ingegnere Fabbri per la costruzione di un nuovo porto tra Ancona e Fermo, a cui fece non poche osservazioni, dimostrando che il porto mentovato in vece di aprirsi sulla costa d'Asolo, sarebbe stato più conveniente di costruirlo su quella di Recanati. La Direzione quindi concorse nell'opinione di lui, e nel dicembre del 1812 partecipava al Brunacci che il Governo aveva prescelto il suo progetto.

La fama del Matematico fiorentino andava crescendo in un cogli onori che riceveva dalle Società scientifiche. Appunto nel 1812, l'Accademia di Monaco l'aggregò fra i suoi Membri stranieri ordinarj, e la classe delle scienze fisiche e matematiche della medesima non ne contava che nove, cosicchè Brunacci venne ad essere nel novero di questi, ed a trovarsi assieme ai nomi distinti di Carnot, Monge, Prony, ecc.

Immerso di continuo nelle occupazioni che gli davano l'istruzione, e le altre diverse cariche che copriva, le quali lo distraevano in esami di lavori, in visite, in rapporti, in consulti, ecc., sembrerebbe che non gli restasse tempo per dedicarsi a' suoi studi favoriti. Ma siccome la Matematica non ha il costume di lasciare in quiete coloro dei quali una volta abbia preso possesso, così essa lo seguiva in mezzo a tante distrazioni. Egli cercò quindi, e nell'aprile dell'anno 1812, ottenne dal Ministro della Guerra Fontanelli i mezzi per fare delle sperienze sulla portata dei mortai, i risultamenti delle quali consegnò in uno scritto pubblicato nel Giornale di Pavia (1), che lesse

(1) Tom. V, pag. 271. Pavia, 1812.

all'Istituto nazionale di Scienze, Lettere ed Arti nell'adunanza del 9 luglio 1812; e nella successiva del 16 dello stesso mese, egli vi lesse anche un *Discorso sopra l'urto di un fluido contro un grave quiescente* (1), in cui si fa ad indagare coi lumi della Fisica e della Matematica la causa per cui l'urto di un fluido contro un solido riesce minore di quello di un solido contro un altro solido. Nell'anno 1813 ristampò, come si disse, con annotazioni e miglioramenti il suo Trattato dell'Ariete Idraulico, e pubblicò un grazioso *Discorso su gli effetti delle ali nelle frecce* (2). In questo stesso anno venne nominato Membro dell'Accademia Napoleone di Lucca. Il Cavalier Grimaldi, segretario della medesima, così gli scriveva nel luglio dello stesso anno: « Per la perdita del « Lagrange trovandosi l'Accademia priva di un in« signe Geometra, non meglio poteva supplire e « consolarsi in questo grave vôto nella classe delle « scienze che a nominarlo a pieni voti in suo luogo. »

In quest'anno e in parte del 1814, Brunacci scrisse una Memoria colla quale concorse al premio proposto dalla Società Italiana delle scienze per la soluzione del quesito *Quale tra le pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque è la più convenevole, e quali precauzioni ed artifizi dovrebbero aggiungersi per interamente perfezionarla riducendo le antiche alle nuove misure (metriche).* Il lavoro del nostro Geometra fu coronato del pro-

---

(1) Inserito nel tom. XVI, pag. 172, delle Memorie della Società Italiana. Verona, 1813.

(2) Giornale di Pavia, tom. VI, 1813, pag. 423.

messo premio di lire 800 italiane dalla suddetta Società nel giorno 29 novembre 1814, e il celebre Cagnoli, segretario della medesima, il giorno 6 dicembre dello stesso anno, così gli scriveva: « Sono ambizioso di poterle per dovere d'Istituto « dare il primo una notizia a lei tanto grata, e « che riuscirà soddisfacente anco per l'Italia, allorchè si compia l'intrapresa edizione del ma- « noscritto, avendo i Giudici dichiarati i sommi « pregi ch'esso contiene, e l'utile che ne ridon- « derà all'Italia quando adotterà, come non v'ha « dubbio, l'esecuzione del metodo della sua dot- « trina esposto il migliore. » In questo concorso il Brunacci aveva fra i competitori il chiarissimo Tadini, uomo molto esperto nella scienza delle acque.

Brunacci fu dotato dalla natura del dono singolare per le sperienze, di molta finezza per rilevarne gl'inconvenienti e d'una grande destrezza per eseguirle. Il suo discorso accademico *Sul retrocedimento che lo scappare dei fluidi produce nei vasi che li contengono* (1) n'è una prova. Il Cav. Morosi aveva presentato all'Istituto di Milano alcune sue sperienze dirette a mostrare quanto si poteva accrescere l'urto d'una vena fluida sopra d'una superficie circondata da un orlo; il Brunacci prende ad esame le sperienze del Morosi, si fa ad ampliarle e ad indagare colla teorica la ragione di un tal fenomeno; il che forma l'oggetto d'una Memoria inserita negli Atti della Società Italiana delle Scienze (2).

(1) Giornale di Pavia, 1814. Tom. VII, pag. 89.
(2) Tom. XVII. Verona, 1815, pag. 79.

Sin dal 1810, egli aveva scritto, come si disse, sopra i ballerini da corda tesa; ora si fa ad esaminare gli equilibri ed i moti che presentano i ballerini da corda molle, il che forma un ragionamento che consegnò nel Giornale di Pavia (1), di cui era divenuto da alcuni anni uno de' principali collaboratori. In questo stesso anno egli prese ad esame la dottrina dell' attrazione capillare che trattarono con un'Analisi intralciata ed astrusa il Matematico francese La-Place, e colla Geometria elementare l'italiano Pessuti. Questo argomento forma l'oggetto di tre distinte Memorie (2), nella prima delle quali dimostra che l' analisi del La-Place non è per alcun modo necessaria, in quanto che la strada elementare adoprata dal Pessuti conduce esattissimamente alla dimostrazione degli stessi teoremi, ed alla soluzione dei medesimi problemi dimostrati e sciolti dal Geometra francese. Nella seconda delle dette Memorie dimostra che l'applicazione dell'Analisi fatta dal Geometra La-Place, per l'estimazione degli effetti dell'attrazione capillare, non compie il suo scopo, di dedurre cioè per mezzo di ragionamenti matematici, gli uni dagli altri tutti i fenomeni che presentano le diverse sperienze su quell'attrazione, di assegnarne le precise misure, e di formare in fine un ramo di matematica di questo fenomeno fisico. Nella terza Memoria Brunacci si fa ad esaminare la causa cui il Geometra francese attribuisce l'azione della forza che tiene sollevata

(1) Tom. IX, 1816, pag. 409.

(2) Esse furono inserite nel tom. IX del Giornale di Pavia alle pagine 7; 127 e 163; 241 e 343, Pavia 1816.

la colonna liquida capillare, ed in generale che produce i fenomeni di siffatta attrazione. In quest'opinione del Brunacci concorse un anno dopo il Geometra inglese Ivory, il quale nel marzo del 1816 lesse alla Società reale di Londra una Memoria sull'attrazione capillare in cui dimostra che, non ostante tutti gli scritti pubblicati su questo fenomeno, si desidera sempre una soluzione completa e soddisfacente della questione. Giunte le Memorie del Brunacci alla cognizione del La-Place, il Petit allievo di questi nei quaderni di gennajo ed agosto degli Annali di Chimica e Fisica di Parigi del 1817, si fece a confutare le osservazioni del professore di Pavia con ciance ingiuriose più che con ragioni, a cui il Brunacci non mancò di rispondere (1). Noi opiniamo che implacabili discordie regneranno sempre sul modo di considerare quest'azione; intanto Jurin fu vinto da Clairaut, Clairaut da La-Place e da Pessuti, e questi due ultimi Geometri da Brunacci.

Fu appunto in quest'epoca (1816) che il Governo pontificio bramò di sentire in iscritto il ragionato parere del nostro Analista sull'articolo 97 del congresso di Vienna per la ripartizione dei debiti degli stati che componevano il regno d'Italia; e la politica ebbe in tal caso un bisogno indispensabile dei lumi della Matematica.

Sin dall'anno 1814 la Lombardia era ritornata felicemente sotto il regime dall'Augusta Casa d'Austria, e quantunque in tal epoca, scioltosi il re-

(1) Veggasi il tomo X del Giornale di Pavia, 1817, pag. 224 e 386.

gno d'Italia, quasi tutti i professori ritornassero sotto i rispettivi Governi; tuttavia Brunacci, che però con decreto dell'agosto 1808 era stato naturalizzato a questo regno, fu ritenuto nello stesso posto di professore di Calcolo sublime nell'Università di Pavia, perchè il nostro Governo ben conosceva i distinti meriti di lui, e quanto lustro recava all'Ateneo pavese. Noi sappiamo da non dubitarne che la Commissione Aulica degli studi aveva fisso su di lui gli occhi siccome sul soggetto più atto per riordinare l'istruzione pubblica nel regno Lombardo-Veneto nuovamente istituito; ed inoltre che si aveva intenzione di proporlo a S. M. il nostro Augustissimo Imperatore per ottenergli la Croce dell'ordine di Leopoldo. Intanto nel giugno del 1816 il Direttore generale della pubblica istruzione Scopoli invitava il nostro Professore di Pavia a stendere un piano di scuola pei piloti, piano che nessun altro avrebbe fatto meglio di lui.

In mezzo alla pace generale ch'era succeduta agli ultimi sconvolgimenti politici dell'Italia, Brunacci continuava ad attendere a' suoi studi prediletti, e ad istruire la gioventù nelle operazioni dell'Analisi, e nelle pratiche dell'Agrimensura e Geodesia, non che della Livellazione e dell'Idrometria. In tale tempo scrisse due Memorie che lesse all'I. R. Istituto, e furono pubblicate dopo la sua morte nel volume III degli Atti del medesimo che comprende i lavori del 1816-17, ed è stampato nel 1822. In una egli prende in considerazione *La reazione o spinta indietro dell'acqua ch'esce dai fori dei vasi*; e nell'altra parla *Del computo delle macchine idrauliche*, in cui

cerca di dar delle norme per valutare l'effetto di simili macchine, dilucidando le sue idee con esempi e valutazioni dell'effetto di macchina data. Collaboratore del Giornale di Pavia, egli corredò il tomo X del 1817 di due scritti; il primo è una *Nota sulla forza degli animali in cui si contengono dati pratici per valutare i lavori dei medesimi*; e l'altro tratta con nuove sperienze *Della Misura della percossa dell'acqua sull'acqua.* L'argomento dei fluidi è intralciatissimo, e perciò il Brunacci colla scorta dell'esperienza, coi lumi della fisica, e col sussidio del calcolo si è fatto a studiarle senza risparmiare fatiche e vigilie; cosicchè si può dire di lui che quanto più un trattato gli si presentava ribelle, più lena prendeva per assalirlo in ogni maniera ed impossessarsi del medesimo.

Nell'anno 1817, essendo in Vigevano insorta una questione che interessava la popolazione tutta di quella città, il Professore di Pavia fu chiamato a consulta. Gli abitanti della medesima pretendevano che l'aumento d'acqua che aveva ricevuto il Naviglio della Sforzesca di proprietà del signor Saporiti, fosse la causa dell'acqua che filtrava nelle loro cantine, poichè un tal canale scorre non molto lungi da Vigevano. Il Saporiti ricusando di ridurre la portata del canale allo stato primitivo secondo gli veniva intimato da quei cittadini, sosteneva che la causa di tale filtrazione era l'acqua stagnante delle risaje di recente stabilite in vicinanza della nominata città. La questione portata ai tribunali, fu d'uopo consultare persone perite nelle cose idrauliche per deciderla. Il Brunacci chiamato in competenza dei chiarissimi professori

di Torino Michelotti e Bidone, si portò sul luogo, e dopo aver esaminata la cosa fece un suo rapporto appoggiato anche a sperienze ch'egli instituì appositamente su tale soggetto, dichiarando che l'acqua del naviglio non poteva filtrare a traverso il terreno per lo spazio di 50, 60, ed in alcuni luoghi anche di 100 metri per produrre le mentovate inondazioni, inclinando di più l'acqua corrente a seguire il suo corso che a spandersi lateralmente, e penetrare per compatto terreno. Le nominate sperienze furono inserite dopo la sua morte nel Giornale di Pavia (1); in cui poco prima lui vivente aveva stampato un *Discorso accademico sopra gli equilibri* (2).

Le continue occupazioni sui libri, e le assidue fatiche nello sperimentare ad interrogare in mille modi la natura, l'insegnamento pubblico nell'Università, e l'esercizio in campagna per le operazioni geodetiche ed idrometriche, e i lavori e le visite che gli portavano le sue qualità d'Ispettore generale delle acque e strade e della pubblica istruzione, ed i consulti ed i pareri che stendeva su cose di cui si desiderava il suo autorevole giudizio, e le tante distrazioni che gli recava il posto eminente in cui era collocato, e l'avidità di sapere, e la compiacenza dei successi, e l'amore per la gloria; furono in qualche modo la cagione del malore che lo tormentava da qualche anno. Una occulta aneurisma involta nell'aorta ventrale era la cagione del suo male, a guarire il quale non

(1) Decade II, tom. I, 1818, pag. 275.
(2) Decade II, tom. I, 1818, pag. 134.

valse l'arte d'uomini distintissimi che in quel tempo sedevano lettori di mediche discipline nell'Università pavese; sicchè, scoppiata al fine nel dì 16 giugno dell'anno 1818 lo condusse alla morte toccando egli appena il decimo lustro della sua età ed in quanto all'ingegno ancor pieno di vigore simile a quello della più florida gioventù. Sul letto del dolore e della morte, circondato da alcuni amici più intimi che solevano ordinariamente adunarsi presso di lui, da alcuni professori dell'Università, da qualche suo discepolo, da valenti medici, e da pochi altri adoratori del suo nome, i quali tutti si disputavano a gara i pietosi uffizi da rendere all'amico, al collega, al precettore, all'insigne Geometra; egli confortato dalla religione spirò nelle braccia dell'amicizia e in mezzo alle lagrime della costernazione e del dolore che ognuno di loro versò compiangendo la perdita di uno dei più grandi Scienziati italiani. Per tal modo il suo spirito

. . . . che morte or toglie
All' Italica speme, e su lo strale
Vital, che verde ancor fioria, lo coglie.
Dopo molto affannarsi entro il suo velo,
E anelar stanco su l'uscita, al fine
L'ali aperse, e raggiando alzossi al celo.

Qui non posso lasciare di narrare l'ultima lezione che diede Brunacci nell'Ateneo pavese descritta da uno dei diligenti suoi discepoli (1) « Ed « ora ben mi si presenta alla mente con mio « cordoglio quel giorno che fu l'ultimo, in cui

(1) Il professore Gabba nel suo Elogio manoscritto di Brunacci.

« mi venne concesso di sentire le sue parole.
« Spiegava in quel tempo la Teorica dei con-
« tatti delle curve a doppia curvatura, dottrina
« in cui moltissimo brillava il nitore delle sue
« idee, ed il felice modo d'esprimersi; ma in
« quel giorno la sua voce languida e spossata, il
« suo aspetto tristo chiaramente dimostravano lo
« stato miserabile di sua salute. Di fatto egli non
« potè proseguire tutta l'ora della lezione, e ci
« promise che avrebbe continuato il giorno dopo.
« Ah, chi avrebbe mai pensato che quella era
« l'ultima volta in cui avremmo sentita la sua
« voce! »

L'infausto annunzio della morte del nostro Vincenzo sparse tosto in Pavia una mestizia in tutti gli animi, che si diffuse poscia rapidamente per l'Italia, e per l'Europa tutta. Gli furono fatte magnifiche e splendidissime esequie; ma ben più commovente della funebre pompa era l'universal cordoglio che vedevasi in quel dì su tutti i volti dipinto. Gli studenti d'ogni facoltà spinti spontaneamente renderono tutti un tributo di venerazione alle virtù del celebre professore, accompagnandone il feretro al sepolcro con non equivoche dimostrazioni di stima, di riverenza e d'affetto; e quattro dei suoi scolari portandone sulle spalle le morte spoglie. I colleghi di lui, fra i quali contavansi i celebri Scienziati Volta e Scarpa, professori emeriti, e molto devoti del suo nome, condecorarono pure la funebre funzione, che riescì commoventissima. L'accompagnò per tal modo il pianto degli amici, ai quali altissimo desiderio ha lasciato di sè; l'accompagnarono le lagrime e la riconoscenza de' suoi

discepoli, e della numerosa scolaresca di quel-l'Università; l'accompagnò il rammarico di tutti i suoi conoscenti, che ripetono sospirosi i pregi del suo carattere; l'accompagnò finalmente quel confuso e general fremito di sincera mestizia che segue soltanto alla tomba il feretro dell'uomo virtuoso, probo e benefattore.

Mentre i Fogli pubblici annunziarono la morte del Brunacci, proclamarono contemporaneamente un altro attestato di onore che gli veniva dato dal-l'Accademia di Napoli coll'aggregarlo fra i suoi membri. Egli ha lasciato parecchi manoscritti, fra i quali alcune eccellenti annotazioni, che dovevano in seguito formare un Commento alla Meccanica Analitica di Lagrange; e noi possediamo altresì il Corso d'Idrometria che abbiamo esteso dietro le lezioni sentite da lui allorquando eravamo studenti all'Università. I clamori del fanatismo ed i latrati dell'invidia che sempre accompagnano la fama d'uno scrittore vivente spariscono per la posterità, e rimangono soltanto le opere che imparzialmente vengono giudicate, e fissano il giusto merito del-l'autore. Dal rapido ragguaglio che noi abbiamo dato degli scritti del Brunacci, e dall'esito favorevolissimo che ebbero presso i dotti ed i Corpi accademici, e dagli emolumenti ed onori che gli fruttarono, il Brunacci viene a collocarsi fra i primi Matematici d'Europa. Le nazioni si dileguano, cessa lo strepito dei nomi, ed il fosco obblio diffonde una densa caligine su tutte le generazioni; ma quei rari ingegni che hanno composte delle opere celebrate e veramente sublimi fiammeggiano di splendore, e l'aurora manda sopra di essi i pe-

renni suoi raggi, siccome sulle prominenti cime del creato.

Un uomo ch'erasi di tanto elevato sopra i suoi contemporanei, doveva eccitare è bensì vero l'ammirazione del pubblico, ma anche l'invidia di taluni. Quell'invidia che trasse a tristo ed oscuro esiglio il giusto Aristide, il grande Temístocle ed il prode Scipione, quella stessa intentò qualche molestia all'Autore del grande Corso di Matematica sublime, ad uno de' più grandi coltivatori e propagatori delle matematiche e fisiche discipline. Non sapremmo se l'invidia o la malignità (l'amor della Scienza certamente no) abbia mosso il defunto professore Troselli a pubblicare un libricciuolo in francese (1) in cui coll'arma del ridicolo cerca di mostrare essere il Brunacci ambizioso. Sì, egli era fornito d'ambizione, ma di quella che sta riposta nel vero merito, e solo si palesa ed erompe quando le circostanze imperiosamente lo comandano! Qualche volta è santo e decoroso pesare sui vigliacchi colla potenza dell'ingegno, e prendere da sè stessi quel posto che dall'invidia orba e molto adoperante è conteso. Ebbe anche alcuni dissapori col celebre Matematico Franchini, come lo fa palese la nota che il Brunacci mise intorno al medesimo nel suo Corso di Matematica sublime (2).

Due contese che interessavano moltissimo la scienza idraulica furono quelle ch'ebbe coi chia-

---

(1) *Prophétie de Ahmed-Ben Cassam-al-Andacossy sur l'événement d'un Mathématicien*, stampato colla falsa data di Lione l'anno 1814.

(2) Tom. II, pag. 354.

rissimi Geometri Avvanzini e Tadini (1). Brunacci usò forse col primo troppa severità nel giudicare de' suoi lavori, « Ma lo sdegno degli uomini « forti, dice Perticari, è un affetto distinto del- « l'ira che consuma i vigliacchi. Il primo è un « affetto magnanimo ed un indizio di virtù, il « quale procede da costume ottimo, siccome la « pietà; ma gli uomini servili e gli abbietti, e « quei che consumano la vita senza fama e senza « voglia di fama, sono disdegnosi mai: solamente « iracondi. » Il Tadini poi, che forse con troppa acerbità si è posto ad attaccare il nostro Geometra, avrà dimenticata la sua collera, giacchè la morte è un potente mediatore! Essa estingue la fiamma dell'ira, essa concilia i nemici, e la pietà s'inchina come una sorella affettuosa sull'urna che abbraccia (2). La critica fatta agli uomini distinti è certamente prova del loro merito. Perciocc-

(1) Noi ci proponiamo in altra occasione di dar un ragguaglio di queste contese idrauliche.

(2) Il sig. Lombardi, segretario degnissimo della Società Italiana delle Scienze, in un breve Elogio del Brunacci inserito negli atti di quel corpo, così s'esprime per rispetto alla Memoria sulla Dispensa delle Acque, che fu il libro contro il quale più d'ogni altro mosse il Tadini le sue critiche. « Se vi fu chi mosse querele « contro il giudizio con tanta rettitudine proferito dalla « Società Italiana che coronò l'Autore, io son d'avviso « che chiunque vorrà con animo scevro da qualunque « preoccupazione leggere la Memoria del Brunacci e « quella del suo Competitore, la quale poi vide la luce « benchè di nuove forme vestita, credo che mentre « ravviserà in questa molta dottrina Analitica, dovrà « insieme convenire che la Memoria del nostro Autore

chè o sono criticati per gelosia o per amor della scienza: se per gelosia egli è segno della loro superiorità; se per amor della Scienza, mostrasi la stima dei dotti; giacchè la critica non si volge agli uomini mediocri: questi vengono giudicati e condannati, ma criticati non mai. Le critiche quindi ch'ebbe il nostro Brunacci gli tornano più ad onore che a biasimo. I più grandi uomini sono stati continuo oggetto di critica, e più vengono grandi più danno campo alle censure. « È della « natura dell'uomo, dice un filosofo, non con« tentarsi mai ed esigere sempre a proporzione « che gli si dà; e siccome l'Autore pretende e « procura di far sempre meglio, il giudice diventa « più difficile, e per la stessa ragione pretende o « procura che vada sempre avanti, onde succede « che l'uomo grande vien meno applaudito pei « lavori sublimi del suo miglior tempo, che nol « fu pei primi saggi della sua gioventù. » Brunacci ebbe molti adoratori, fra i quali i suoi discepoli che lo tenevano qual padre. Molti uomini anche distinti lo consultavano in materie scientifiche anche difficili, ed i precettori stessi di lui non isdegnarono talvolta di sentire il parere del loro illustre allievo.

Noi scorrendo le sue opère in un colle principali vicende della sua vita, abbiamo veduto il Brunacci profondo Matematico, ingegnoso Speri-

---

« raggiunse più da vicino lo scopo della pubblica uti« lità, a cui l'Accademia intese nel pubblicare quel « programma. »

Tom. XIX delle Memorie di Fisica, pag. CCIV.

mentatore e dotto Idraulico; ora facciamo meglio conoscere il suo carattere e le sue virtù sociali.

La natura fornì il nostro Vincenzo d'un intelletto vigoroso e robusto, senza di che non potrebbe aver scritto tanto, e tanto operato: egli era fornito di un giusto criterio, d'un fino giudizio, e di molto spirito (1). Mirabile per la sua erudizione, d'una immaginazione vivace, non aveva quella ruvidezza, e quella fierezza selvaggia che dà spesso il commercio dei libri senza quello degli uomini. Amabile al contrario in società, in essa si distingueva per la perspicacia del suo ingegno, facendo sentire nei suoi discorsi più comuni la giustezza, la solidità, in una parola, la geometria del suo spirito. Le virtù del cuore splendevano in lui del pari che quelle della mente. Il suo carattere era buono, focoso talvolta, ma virtuoso, fermo e paziente nelle avversità, sicchè nella sua malattia tormentato da acerbi dolori, egli soleva dire che non trovava altro sollievo che nello studio. Le sue maniere erano semplici e senza impostura: buon amico (2), buon cittadino, amante della gloria, le generose virtù della gratitudine e dell'amor pa-

---

(1) Un giorno Brunacci passeggiando sentì uno degli scolari meno studiosi a dire che se negli esami non otteneva da lui il voto favorevole, egli gli avrebbe fatto cosa dispiacevole, e poi sarebbe andato ad annegarsi. Brunacci colse tosto il giovine, e gli disse francamente con quel suo accento toscano: *Non sapete che le zucche galleggiano.*

(2) Brunacci rammentava spesso la sentenza: *L'amico biasima in presenza, loda in assenza.*

trio splendevano in lui nobilissime (1). Egli era trattabilissimo, d'una probità conosciuta, d'un animo aperto e sincero. Tavolta ne' suoi scritti si scagliava con impeto contro le opinioni che impugnava, ed il mal umore aggiunge spesso risalto alle idee. Brunacci aveva una gran facilità di parlare, e di rendere le materie astratte alla portata di tutti; egli èra stretto in amicizia ed in relazione coi primi Scienziati d'Italia e d'oltremonte (2).

Gli amici, i colleghi e gli scolari dell' illustre defunto gli fecero erigere un monumento che fu collocato sulla porta del Gabinetto Idrometrico e Geodetico, il quale è un monumento più 'splendido ad onore del celebre Matematico, siccome fondato da lui. Sopra una specie di ara e base di marmo di Carrara s'innalza un medaglione rappresentante l'effigie del Brunacci, disegnata secondo

(1) Brunacci fu quello che più d'ogni altro promosse con ardore l'erezione d'un monumento alla memoria del celebre Spallanzani sotto i portici dell'Ateneo pavese ed a spese del Governo. Nel giugno pertanto del 1808 lo ringraziarono di ciò con lettera officiosa, e il fratello dell'illustre Naturalista, e il Sindaco di Scandiano, patria di Spallanzani, ed il Podestà di Reggio.

(2) Fossombroni, Paradisi, Moscati, Scopoli, Vaccari, Prony, Oriani, Plana, Cagnoli, Paoli, Cossali, Lagrange, Cuvier, Canovaï, Mengotti, Vassalli-Eandi, Bürg, Balbi, Magistrini, Ferroni, e i Segretarj delle Accademie di Berlino e di Monaco, Tralles e Baader, e molti altri uomini illustri tennero con Brunacci corrispondenza ed amicizia, per lasciare d'altri distinti più vicini; anche il Re di Prussia e quello di Baviera gli scrissero due lettere officiose ringraziandolo del dono loro fatto di alcune sue opere.

la maschera in grandezza naturale. Sul basamento leggesi la seguente iscrizione:

VINCENTIO . BRVNACCIO
FLORENTIAE . EQVITI . CORONAE . FERRAE. HONESTAEQVE . LEGIONIS
PROFESSORI . GEOMETRIAE . MATHESIS . SCIENTISSIMO
IN . SVMMA . LITTERARIA . CONLEGIA . RELATO
QVOIVS . INGENIO . STVDIO . ROGATVR
HYDRAVLICVM . HOCCE . AMALTHEON . CONDITVM
INSTRVCTVMQVE . PATET
SODALES . POST . MORTEM . POSVERE . A . MDCCCXIX

È per noi conforto che il celebre Geometra sia mancato in quella stessa città dove si è formata ed estesa la sua fama. Gli scolari, gli amici di lui che si porteranno a visitare quel santuario delle Scienze spargeranno quella tomba di pianto, e cercheranno di eccitare da quelle ceneri faville del suo sapere. I suoi congiunti non devono bramare che le ossa dell'insigne Professore riposino nel luogo di sua nascita, ma lasciar in pace che il suo sarcofago illustri i portici stessi in cui è giunta al massimo grado la sua celebrità. Se io fossi stato Pausania, per possedere entro le mura di Sparta il cadavere di Leonida, non avrei saputo levarlo dalle onorate tombe delle Termopili. Il sepolcral Monumento del nostro Vincenzo s'illustrò di tanti titoli, quanti mai possono adunarsi in un privato. Sulla sua tomba i Professori di Pavia, e molti altri Scienziati piansero un gran Geometra, nel quale convennero, e l'erudizione di Pappo, e la sagacità d'Archimede, e l'ordine d'Euclide, e la chiarezza di Galilei, e la profondità di Newton; la scolaresca,

il precettore più amoroso e più eloquente; la civil società; l'uomo grande ed il colto cavaliere; la filosofia; il cuor più fermo nelle avversità, nelle prosperità il più generoso; le scienze, il cultore loro non meno che il loro protettore munificentissimo. Sulla sua tomba l'Italia si conforta nel vedere che per principal suo mezzo molti belli ingegni calcano con onore la carriera delle matematiche e delle fisiche discipline, e che vi hanno taluni, i quali già spandono un'alta fama, degna del loro illustre precettore (1): cosicchè ben si può dire che periti tutti gli argomenti della romana grandezza, tanto ancor le rimane della romana virtù.

(1) « A diffondere le matematiche e le fisiche disci-
« pline di Brunacci fu coadiuvato dai signori Lotteri,
« Gratognini, Configliacchi e Mozzoni, i quali contem-
« poraneamente col nostro Geometra sedevano lettori
« nell'Università ticinese. »

MEMORIA

SULLA

DISPENSA DELLE ACQUE

SEZIONE PRIMA.

SOLUZIONE DELLA PRIMA PARTE DEL PROBLEMA.

CAPO I.

Dichiarazione del Problema da risolversi.

§ 1. Tre cose richiedonsi per la soluzione del Problema proposto dall'Italiana Società.

I. Quale tra le pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque è la più convenevole.

II. Quali precauzioni ed artifizj dovrebbero aggiungersi per intieramente perfezionarla.

III. La riduzione delle antiche alle nuove misure nelle dimensioni delle quantità che risguardano questa dispensa di acque, e ciò in relazione al perfezionamento del quale si parla nella seconda quistione.

§ 2. Per dichiarare in che primieramente consiste la prima quistione, io dico che la Società Italiana, parlando di *pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque correnti*, ha voluto escludere tutte quelle costumanze, regolamenti, o concessioni, in virtù delle quali si estraggono acque dai fiumi, dai laghi, dai canali, siano essi di pubblica proprietà o di privata, senza che sia fatto alcun riflesso sulla quantità delle acque derivate; si accorda, per esempio, in talune che possa estrarsi acqua da un fiume per *mandare dei mulini*, *per irrigazione*, ecc., e niuna condizione si pone che ne limiti la quantità. Ora la Società Italiana nel proporre il quesito non poteva volere che queste con altre pratiche ragionate si confrontassero, perchè in esse, infatti, non vi è barlume di ragione che faccia travedere, che nell'accordare quelle concessioni si è avuto in mira la misura esatta dell'acqua concessa. Queste usanze possono solo tollerarsi, quando l'abbondanza dell'acqua nel fiume è tale, che ognuno ha da prenderne quanto ne vuole.

§ 3. Egualmente escludo dall'esame quelle altre pratiche, nelle quali si vede che si è fatta qualche considerazione sulla quantità dell'acqua, ma che per mancanza delle più elementari co-

gnizioni dell' Idraulica e della Meccanica non si è saputo determinarla.

Tali sono quelle, nelle quali non tenendosi conto della velocità colla quale l'acqua sgorga da una apertura stabiliscono eguali quelle quantità di acqua che escono dalle luci eguali, per quanto da una l'acqua scappar possa più veloce che dall'altra, e che in generale le quantità di acqua sono proporzionali all'ampiezza delle luci.

§ 4. Tali sono quelle, nelle quali, presa per unità delle quantità di acqua, quel tanto di acqua che è necessario a mandare un mulino o girare una rota, e chiamata questa unità *macina di acqua*, *rota di acqua*, si dispensa la quantità di acqua a macine e a rote, e si vendono due, tre, ecc., macine o rote di acqua senza che mai sia stato con qualche esperimento stabilito quanta appunto esser debba tal quantità di acqua a tale uso necessaria, e senza che neppure siasi parlato delle qualità del mulino che debbe aver servito di misura, e del modo come si abbia poi a fare in caso concreto ad estrarre due o tre macine, ecc., di acqua.

Tali sono quelle nelle quali, presa per unità la quantità di acqua necessaria per l'irrigazione di un campo di certa ampiezza, si dispensa l'acqua

a' campi; ma nulla si dice sulla qualità della coltura e terreno del campo, e nulla del come poi in atto concreto si possano estrarre le diverse quantità di acqua, e quindi l'arbitrio e la scaltrezza sono inseparabili da siffatte pratiche, erronee anco in sè medesime.

§ 5. Dissi che escludo tutte queste pratiche dall'esame, perchè infatti non vi è in oggi fontaniere o altro custode di acque, che non ne conosca l'inesattezza, e perchè sono, generalmente parlando, proscritte, e solo si mantengono in uso presso alcuni privati, e presso alcune comunità, o in virtù di antichi contratti l'errore dei quali, il tempo ha, per dir così, canonizzato, ed anco l'abuso di una maggiore estrazione è passato in legittimo possesso.

Neppure debbonsi esaminare quei modi che per contratti particolari stabiliscono i privati tra di loro, onde distribuirsi certe acque, o impiegandole ciascuno per diverse ore o giorni, o dividendosele con maniere di loro reciproca soddisfazione, giacchè tali usanze non potrebbero ridursi a regole generali; e poi, dipendendo esse dalla volontà dei privati, non sono soggette alla pubblica amministrazione.

§ 6. Dopo il rinnovamento delle Scienze, dopo che il padre *Castelli* mostrò la necessità di tener conto della velocità nella stima delle acque; nelle diverse province d'Italia si prescrissero dagli architetti alcune regole; e messe in pratica, furono sanzionate dai Governi, onde con esattezza stabilire la quantità di acqua che si accordava il diritto di estrarre da un lago, o da un fiume o canale, ed onde ciò che effettivamente si estraeva fosse esattamente la quantità che era stata concessa: ora io tengo per fermo che la Società Italiana ha voluto appunto parlare di queste, e noi queste prenderemo in esame.

Queste regole e queste pratiche son quelle, le quali servono alla dispensa delle acque per uso dell'irrigazione, per movimento di macchine, ed altri usi di Società.

§ 7. Non vi è bisogno di dichiarare in che consista la seconda dimanda del Problema; e perciò che spetta alla terza, io credo che la Società Italiana non abbia voluto solamente intendere la conversione delle antiche nelle nuove misure per le dimensioni delle bocche d'erogazione, e per le quantità di acque che da esse si estraggono, che ciò sarebbe stato un affare di puro conteggio; ma abbia ella voluto intendere

che debba esaminarsi, se con le nuove unità di misura per le lunghezze, per li pesi, e per la capacità, possa essere più vantaggioso alla civil società il dare altre dimensioni alle bocche, ed il riferire ad un'altra unità di misura le quantità di acqua da estrarsi onde e quelle potessero più facilmente costruirsi, e queste fossero in un rapporto più semplice, colla misura delle altre quantità, che si maneggiano nei diversi usi della società.

Ed ecco, a mio parere, dichiarato il significato delle cose che si dimandano nel proposto Problema, e l'estensione che ha da darsi a queste dimande.

CAPO II.

Pratica usata per la dispensa delle acque nelle Province Mantovane e Veronesi.

§ 8. L'acqua in queste province si vende a quadretti veronesi.

Per *quadretto veronese di acqua* s'intende quella quantità che entra per *pura pressione* dell'acqua soprastante alla soglia in una bocca di un piede veronese quadrato, che abbia due once

di altezza di acqua appoggiata al lembo superiore, o sia cappello della bocca medesima (1).

Per avere più quadretti di acqua, o meno di un quadretto di acqua, si aumenta solo o si diminuisce la larghezza della bocca, facendosi maggiore o minore di un piede veronese, quanto appunto la quantità di acqua da estrarsi è maggiore o minore di un quadretto d'acqua veronese.

§ 9. Le bocche d'estrazione si procura di collocarle in luogo dove il filone del fiume cammini ad esse paralello, e più che sia possibile in mezzo all'una ed all'altra ripa.

§ 10. Rispetto alla profondità della soglia sotto la superficie dell'acqua, se questa acqua è, per mezzo di qualche mulino o di qualche altro sostegno, tenuta costantemente ad una determinata altezza, la soglia si pone 14 once più bassa; e, quando manca questa condizione, si pongono le soglie in modo, che sotto il pelo dell'acqua abbiano nell'acqua *piuttosto scarsa* la profondità di 14 once.

È fissato, inoltre, che l'uso continuo di un quadretto veronese di acqua, basti per l'irrigazione di ottanta campi di risara; e se si vuole usare

(1) Il piede veronese è metri 0,3429.

per i prati, serva ad adacquarne 182, irrigando 26 campi per giorno, e tornando ogni settimana a ripetere l'irrigazione.

§ 11. Per costruire dunque una bocca d'irrigazione, altro non si ha da fare che nella sponda del fiume o del canale, ove il filone corre prossimamente nel mezzo e paralello alle sponde, fare, dico, un'apertura, nella quale conviene incastrare e ben assicurare colla muratura un lastrone, cui ha da essere scolpita la bocca. In questo lastrone poi si farà la luce rettangolare, nella quale dee consistere la bocca, e questa luce debbe essere aperta in tal distanza dal fondo, che nelle acque piuttosto magre la bocca abbia il battente di due once.

§ 12. Del resto, nulla è fissato per rispetto alle circostanze del fosso che ricever debbe l'acqua della bocca; nulla sul rigurgito, che può risentire; nulla sulla collocazione delle bocche nelle svolte; nulla, infine, su tutte le altre circostanze, le quali alterar possono la quantità di acqua che sorte da un'apertura, indipendentemente dall'altezza dell'acqua su di essa, e dall'area della bocca.

§ 13. È vero che quando nel 1764 si stabilì questo modo d'estrazione (si veda la nota ai §§ 16 e seguenti) si fissarono molte regole cui si do-

veva avere riguardo per provvedere a quei bisogni; ma non poterono poi i periti veramente porle in pratica, non essendo esse di tal fatta da potersi maneggiare con sicurezza; dimodochè quando oggi far si dovesse una nuova estrazione di acqua, altre prescrizioni non si saprebbero segnire che le annoverate. Tutto questo però si vedrà anco meglio alla fine della nota che segue.

§ 14. Per quanto non sia fatta in proporzione, pure la *Figura I* presenta in qualche modo all'occhio lo spaccato dell' edifizio di questa pratica nella direzione dell' acqua che passa per esso. AV è la sezione trasversale del fondo del canale dispensatore; R*q* il livello delle sue acque; OQ la bocca; Q*q* il battente dell'acqua, e DF la sezione longitudinale del fondo del canale estrattore.

NOTA

Sulla pratica in uso nelle Province Mantovane e Veronesi.

§ 15. Per accomodare le vertenze che in materia di acque continuamente sorgevano tra gli abitanti di queste due province, i sudditi Mantovani della Casa d'Austria, i Veronesi della Re-

pubblica Veneta, fu nel 1752 ad Ostilia fatto un trattato per regolare tra i mentovati abitanti l'uso delle acque del Tartaro e di altri fiumi e canali: alcune aggiunte, sotto il nome di *dichiarazioni*, furono fatte a questo trattato il 1753 a Roveredo; ma nel 1764 fu fatto un trattato solenne fra Sua Maestà l'Imperatrice Maria Teresa e la Serenissima Repubblica, ed in questo, non solo si riconobbero e giustificarono le competenze di tutti i privati, ma ancora si fissò un modo stabile e generale per la modellazione delle bocche; si adattarono effettivamente tutte le bocche, onde non dessero nè più nè meno delle competenze; e per quelle bocche, che per alcune ragioni non si poterono assoggettare a queste misure, si fissarono, una volta per sempre, le figure e dimensioni e situazioni delle parti loro.

Egualmente si stabilirono una volta per sempre tutte le figure, dimensioni e situazione dei sostegni, traverse ed altri ostacoli e lavori, che doveano mantenersi continuamente o temporariamente nelle ripe o letti dei fiumi, onde le acque si mantenessero a quelle altezze, o si volgessero a quelle bande che si desiderava.

Il modo generale della modellazione e costruttura delle bocche, prescritto in questo trattato,

quello si è che è pienamente in uso anco ai nostri giorni (1), e che io ho indicato col nome *Pratica usata per la dispensa delle acque nelle Province Mantovane e Veronesi.*

§ 16. Ecco quali sono le regole che fissarono i periti in quest'occasione, pag. xcix, Allegato VII. Mantova, 10 novembre, 1764.

" Dovendosi, a tenore degli ordini dell'Eccel-
" lentissima Commissione, correlativi a quanto è
" restato inteso fra Sua Maestà l'Imperatrice
" Regina e la Serenissima Repubblica di Vene-
" zia, spiegar quelle regole con cui debba farsi
" la modellazione delle bocche sì veronesi che
" mantovane, che prendono acqua dal Tartaro e
" suoi influenti, sono convenuti gli infrascritti
" nei seguenti articoli.

§ 17. " Primo. Per quadretto veronese di ac-
" qua dovrà intendersi quella quantità di acqua
" che entra per pura pressione dell'acqua so-
" vrastante alla soglia in una bocca di un piede
" veronese quadrato, che abbia due once di al-

---

(1) Si veda lo stesso trattato. Si veda il tomo terzo dell'Idraulica Ragionata dell'ab. *Mari*, Lez. 22, p. 190. Mantova, 1802.

" tezza di acqua appoggiata al lembo superiore,
" ossia cappello della bocca medesima (1).

§ 18. " Secondo. Per computare la quantità
" di acqua che entra per pressione in una bocca
" di un quadretto, o più quadretti, si dovrà os-
" servare la legge adottata dai più accreditati
" idraulici teorici e pratici, e confermata dalla
" sperienza, che la velocità dell'acqua che entra
" in una luce per pressione dell'acqua sovra-
" stante, è come la radice quadrata dell'altezza
" dell'acqua medesima, e che la sua quantità di
" acqua è in ragione composta della grandezza
" della luce e della radice quadrata dell'altezza
" dell'acqua premente.

§ 19. " Terzo. Le bocche di estrazione si do-
" vranno costruire del tutto simili ed eguali nelle
" sue figure, e dovranno essere collocate in luogo
" dove il filone del fiume cammini ad esse pa-

(1) Nel Mantovano si fa anco uso del quadretto d'acqua mantovano: la definizione è esattamente la stessa, se non che in vece di dir piede si ha da dire braccio. Il piede veronese si divide in once 12, come in once 12 si divide il braccio mantovano; ed il piede veronese è once 8 $\frac{9}{12}$ del braccio agrimensorio mantovano. Si veda lo stesso luogo dell'opera citata dell'abate *Mari*.

Il braccio mantovano è metri 0,63797.

" ralello, e più che sia possibile in mezzo all'una
" ed all'altra ripa.

§ 20. " Quarto. I centri delle bocche do-
" vranno tutti essere egualmente depressi sotto
" la superficie dell'acqua; e la superficie del
" fiume, chè somministra l'acqua alle bocche
" medesime, dovrà essere, per quanto sarà pos-
" sibile, permanente ed invariabile. Ma siccome
" la giusta determinazione, e situazione dei cen-
" tri delle bocche sotto la superficie dell'acqua,
" e la stabilità dell'altezza del fiume non può
" ottenersi, senza che si dia un regolamento sta-
" bile ai mulini, così si è convenuto, che dai
" mulini tutti, tanto attraverso del Tartaro,
" quanto nei suoi influenti (eccettuato il mulino
" del Pazo, per il quale si osserverà quanto nel
" IV del Trattato del 1752 resta stabilito) in
" tempo delle irrigazioni debbano sempre decor-
" rere agli inferiori le acque, o per le porte che
" conducono l'acqua alle rote, quando si ma-
" cina, o per le porte di scaricatori o di canali
" equivalenti, aperte in modo che sostengano
" l'acqua secondo il livello, che essa ha nell'at-
" tuale macinatura quando non si macina, e che
" solamente possa esser lecito ai mulinaj, quando
" per scarsezza di acqua non ne hanno a suffi-

" cienza per macinare, di chiudere le porte per
" quel tempo solo che può bastare per ingorgare
" tanta acqua che sia atta a fare la macinatura
" con una rota, o più ruote, che possano essere
" messe in movimento una dopo l'altra dalla
" stessa acqua, che scorre da una sola porta del
" mulino, o da una sola usciara, e non già da
" più porte nello stesso tempo aperte.

§ 21. " Quinto. Le bocche che soffrono ri-
" gurgito, saranno compensate, sottraendo dalla
" quantità di acqua che dovrebbe dare la bocca
" se liberamente scorresse l'acqua, la quantità
" di acqua rigurgitata, e dilatando la bocca se-
" condo la larghezza tanto quanto potrà bastare,
" perchè per essa passi tanta acqua, sebbene
" regurgitata, come ne scorrerebbe da una bocca
" libera dal rigurgito.

§ 22. Sesto. Per moderare la troppa quantità
" di acqua, che possa estraersi da una bocca a
" cagione della soverchia pendenza della Se-
" riola (1), in cui viene ricevuta, e per supplire
" alla minore quantità di acqua che possa tras-
" mettere un'altra bocca per iscarsezza di pen-

(1) Seriola dicesi il fosso dove si versa l'acqua della bocca per condurla agli usi.

" denza della Seriola, per cui scorre, si è con-
" venuto di determinare per osservazione la ve-
" locità dell'acqua di una Seriola, l'acqua della
" quale faccia in circa mille passi geometrici in
" un'ora, e di misurare gli angoli di deviazione,
" e di riferire poi a questa determinata velocità,
" la velocità dell'acqua delle altre Seriole, rico-
" nosciute parimente per mezzo degli angoli di
" deviazione, sicchè si debbano ristringere quelle
" bocche dove la velocità si troverà maggiore
" della velocità riconosciuta nella Seriola stabi-
" lita per base, e si debbano dilatare quelle
" altre, dove la velocità si troverà minore della
" fissata, e ciò in proporzione delle maggiori o
" minori velocità osservate.

§ 23. " Settimo. Nel situare le bocche e cal-
" colare la quantità di acqua, si dovrà avvertire
" allo stato ordinario del fiume, e dei suoi in-
" fluenti, di maniera che in tempo di acqua or-
" dinaria, ciascuna bocca abbia la sua dovuta
" acqua competente ai suoi titoli, ed in tempo
" di scarsezza di acqua, ciascuna ne risenta parte
" dell'incomodo.

§ 24. " Ottavo. Nelle irrigazioni dei prati,
" sopra i quali l'acqua dovrà soltanto scorrere,
" sono convenuti che bastar debba un quadretto

" di acqua di misura veronese per adacquare
" ottanta campi in un giorno, a riserva dei casi
" ove è altrimenti ordinato dal Trattato 25 giugno
" prossimo passato agli Articoli XVII e XVIII.

" Con queste regole credono gli infrascritti
" che si possa passare ad eseguire l'ordinata mo-
" dellazione, riservandosi, quanto agli accidenti
" non preveduti, di adottare quello che si troverà
" più coerente alle sopra convenute regole ed
" alla situazione. „

Niccolò Cremonesi, Prefetto delle acque.
Francesco de Regi, Professore di Matematica.
Antonio Giosеffo Rossi, pubblico Matematico veneto.
Leonardo Berrai, Ingegnere veneto.

§ 25. Per l'esecuzione poi di queste discipline i periti aggiunsero anco alcune dichiarazioni, le principali delle quali sono le seguenti:

Primieramente per mezzo di esperienze ed osservazioni stabilirono (pag. 130 e seguenti del Trattato) la quantità dell'irrigazione che si poteva fare con un quadretto di acqua veronese, ed in conseguenza soggiunsero:

" Ritenutosi dunque da noi come principale
" base e fondamento della distribuzione delle
" acque, che il quadretto di acqua di misura

" veronese dovesse servire per ottanta campi di
" risara, e che lo stesso quadretto potesse bastare
" per irrigare poco più di 26 campi di prato
" ciascun giorno, abbiamo regolato tutte le gran-
" dezze delle luci destinate per l'adacquamento
" dei risi in maniera che estraessero un qua-
" dretto, o parte di un quadretto, o più quadretti
" a misura che la competenza era o di soli ot-
" tanta campi o di un minor numero di campi,
" o di un numero molto maggiore: e al più
" avendosi noi riguardo alla inferiore qualità di
" alcuni terreni, che erano da adacquarsi, op-
" pure a qualche altro giusto titolo, che poteva
" meritare la nostra considerazione, ad alcune
" bocche alcune once di più di grandezza sono
" state assegnate.

§ 26. " Non altrimenti nel determinare la
" grandezza a quelle bocche, che dovevano ser-
" vire all'innaffiamento dei prati, e nel fissare il
" tempo, per cui l'acqua si dovea usare, ci siamo
" attenuti alla regola, che il quadretto fosse dato
" per irrigare 26 campi incirca al giorno, onde
" avesse l'uso per un giorno del quadretto, quel-
" l'utente che è possessore di 26 campi incirca
" di prato: essendosi poi da noi supposto, che
" lo stesso prato debba adacquarsi una volta ogni

" settimana, quindi in avvenire resta fissato l'uso
" continuo del quadretto a quello, il quale è
" possessore all'incirca di 182 campi.

" Egli è bensì vero che nel determinare le
" larghezze e le altezze delle luci, non si è po-
" tuto rigorosamente stare alla legge, che la luce
" di un quadretto di acqua fosse alta e larga
" once dodici, e che quella di due quadretti fosse
" larga once ventiquattro, ed alta parimente once
" dodici, e così delle altre; ma che si è dovuto
" alcune volte aumentare la larghezza delle boc-
" che diminuendo la sua altezza, e altre volte,
" all'opposto, si è dovuto aumentare se non l'al-
" tezza della luce, almeno quella dell'acqua so-
" vrastante alla soglia, e tenere minore la lar-
" ghezza per accomodarci all'altezza delle acque
" trovate nei luoghi, dove doveano collocarsi le
" bocche, o alle situazioni dei piani da irrigarsi,
" o agli usi di movere edifici, che doveano farsi
" colle acque da alcune bocche trasmesse.

§ 27." Tutte queste alterazioni però non hanno
" potuto derogare all'aggiustatezza della distri-
" buzione delle acque, imperocchè, assistiti dalle
" rette teorie delle acque, e dalla legge concor-
" demente fissata nel secondo degli otto articoli
" per calcolare la velocità e la quantità dell'ac-

" qua, potevamo alterare la larghezza ed altezza
" delle luci, e ancora l'altezza dell'acqua sovra-
" stante alle soglie, e per conseguenza la velo-
" città, conservando sempre la stessa quantità di
" acqua alle luci dovuta, siccome realmente pos-
" siamo assicurare l'Eccellenze Vostre d'aver
" fatto.

§ 28. " Le altre ispezioni, che da noi si do-
" veano avere oltre le addotte, nella nuova di-
" sposizione e costruzione delle bocche, e delle
" quali dobbiamo rendere informate le Eccel-
" lenze Vostre, riguardavano la collocazione delle
" medesime. Ciò pertanto che in primo luogo
" abbiamo avuto a cuore, nel situare le bocche,
" è stato che quelle le quali ammettevano una
" tale disposizione, e che sono state quasi tutte,
" fossero collocate immediatamente nelle sponde
" dei canali, dai quali ricevono l'acqua, sicchè
" riuscissero paralelle allo spirito del fiume, e
" ricevessero l'acqua per pura pressione a norma
" di ciò che si è stabilito nel primo e terzo
" degli otto Articoli.

§ 29. " Importando poi moltissimo per una
" giusta distribuzione delle acque, che le bocche
" non siano nè più nè meno del dovere profon-
" date sotto la superficie dell'acqua medesima,

" si è procurato, nell' assegnare queste profondità,
" che non fossero nè eccedenti, nè mancanti dal
" giusto.

" Quindi si è avuto riflesso a quelle bocche,
" le quali godono di un' altezza stabile sopra la
" sua soglia, per cagione di qualche mulino o di
" qualche sostegno posto inferiormente alle me-
" desime; che sostiene continuamente l' acqua
" ad una determinata altezza, e a quelle altre,
" le quali non avendo il beneficio di simili im-
" pedimenti, sulla sua soglia ora hanno maggiore
" altezza di acqua, ora minore, seeondo i diversi
" stati di scarsezza, di mediocrità o di abbon-
" danza dei fiumi; e per le prime si è determi-
" nato che le sue soglie siano poste quattordici
" once, o al più 15 sotto il ciglio dello stra-
" mazzo o del sostegno, e per le seconde si è
" stabilita la profondità delle sue soglie in modo,
" che sotto il pelo dell'acqua abbiano nell' acqua
" piuttosto scarsa, che ordinaria, la sua com-
" petenza.

§ 30. " Un' altra considerabile avvertenza si
" è ancora avuta nel dar la situazione e dispo-
" sizione ai canali, che ricevono l'acqua la quale
" immediatamente esce dalla bocca, e che la tras-
" portano agli usi particolari, imperciocchè si è

" procurato dove la pendenza dei terreni lo per-
" metteva, che tra la soglia della bocca ed il
" fondo del canale vi fosse una notabil caduta,
" e così si è disposto che l'acqua cadesse dalla
" bocca nel canale per l'aria libera, e non ri-
" sentisse alcuna alterazione o accelerandosi, o
" ritardandosi per la troppo grande o per la
" troppo scarsa pendenza del cannello.

" Molti buoni effetti vengono prodotti da una
" siffatta posizione data alle bocche; e primiera-
" mente essendo queste situate paralelle al corso
" dei fiumi, si è provveduto che per esse l'acque
" entrassero sempre animate dalla stessa causa,
" cioè solo da quella forza e velocità che può
" nascere da quella pressione dell'acqua sovra-
" stante alle soglie, e per conseguenza che le
" distribuzioni delle acque fossero più uniformi.

" In secondo luogo disponendo le soglie in
" modo, che tutte, chi più chi meno secondo le
" diverse circostanze, fossero alzate sul fondo
" degli alvei dei fiumi, si è procurata una sicura
" economia di acqua per gli utenti inferiori. ,,

Si trova in seguito la descrizione e modellazione di tutte le bocche.

Io ho riferito tutte queste cose perchè quel trattato non è così facile a potersi ritrovare.

§ 31. Ora in quelle regole prescritte dai periti, e nelle successive dichiarazioni, non avvi alcun dubbio che si sono presi in considerazione i più importanti elementi che possono aver che fare nell'aumentare o sminuire la quantità dell'acqua che sorte da una bocca; e di più essi periti assicurano di averli valutati nella modellazione delle bocche, ma non dicono mai in qual modo; onde quando si dovesse modellare una nuova bocca, non si sa neppure per approssimazione come avere riguardo a siffatti elementi.

§ 32. Per iscoprire in qualche modo la strada da essi battuta in tali maneggi, mi posi a studiare sulla descrizione delle bocche modellate, e sulla quantità di acqua che a ciascuna bocca è assegnata dai periti.

Per ogni bocca è notata la larghezza della luce, e la sua altezza.

La larghezza dell'alveo in faccia alla bocca.

L'altezza della soglia sul fondo dell'alveo.

L'altezza della soglia sul fondo del cavo che riceve l'acqua.

La quantità di acqua che la bocca è stata valutata portare.

E quando al disotto della bocca è qualche sostegno è detto quale è la depressione della soglia

sotto il ciglio del sostegno, o la sua elevazione. Queste circostanze servono a riconoscere in ogni tempo una data bocca.

§ 33. In generale poi non è notato il battente dell'acqua sia nello stato di acqua ordinaria, che in quello di acqua bassa.

La maggior parte delle bocche hanno dodici once d'altezza della luce, e sono valutate dare tanti quadretti quante volte la larghezza contiene il dodici; così una bocca che abbia 27 once di larghezza e 12 di altezza, è valutata dare due quadretti ed un quarto. Bisogna adunque di qui inferire che il battente dell'acqua di queste bocche esser dovea due once; in alcune infatti dove questo battente è notato, si dice che la soglia della luce è sotto il pel di acqua tra le quattordici e le quindici once.

§ 34. Vi sono bocche, le quali non hanno l'altezza della luce di dodici once, ma alcune più, altre meno: ora siccome di queste non è mai detto quanto fosse il battente loro, così non si può comprendere quali regole abbiano seguite per valutare la quantità di acqua che portano, e come abbiano fatto a combinare le tre dimensioni altezza, larghezza delle luci, e battente dell'acqua, onde diano esse quella data quantità dell'acqua che si voleva avere.

Credo però che, attesa la gran pratica che la commissione aveva di cotali maneggi, non sarà andata lungi dal vero in queste valutazioni; ma ciò non basta.

§ 35. In tutta questa modellazione poi non si è avuto alcun riguardo alla pendenza del canale che riceve l'acqua dalla bocca ed al rigurgito come era detto in principio doversi avere.

Perchè da un piede quadro veronese uscir dovesse (posto due once di battente) un quadretto di acqua, dovea l'acqua sboccare liberamente nell'aria. Ora sia la soglia della luce alta once ventisei sul fondo del canale, che ne riceve l'acqua, come è la quinta bocca registrata alla pagina 139; sia la soglia alta due sole once sul fondo del canale, come è la bocca descritta a pag. 152, sia che la soglia stia al piano del canale, come è la bocca descritta a pag. 168, la quantità di acqua in queste tre bocche (le quali danno i limiti delle altezze delle soglie dal piano del canale) è computata senza che abbiasi alcun riguardo a questa circostanza dell'altezza della soglia sul canale, e senza che nè in queste nè in altre mai si parli di pendenza del canale medesimo; le bocche hanno sempre once dodici di altezza di luce, e sono stimate dare tanti qua-

dretti, quante volte il 12 entra nella larghezza della luce.

§ 36. Così non si trova mai fatto menzione di rigurgito, e di valutazione del suo effetto.

Neppur ho riscontrato che siasi nel fatto data alcuna stima della situazione delle bocche rispetto al filone, giacchè quelle bocche collocate in alcune svolte, e che erano in certo modo investite dalla corrente, non ho trovato che siano state particolarmente considerate. Avverto in fine che nelle Province Mantovane e Veronesi, per cagione appunto di questa pratica nella dispensa delle acque dall'epoca di quel trattato sino ai nostri giorni, pullulano continuamente le liti tra gli utenti per rispetto alle competenze delle loro bocche, delle quali cose se ne può avere minuta contezza leggendo quanto scrive l'abate *Mari* nella sua Idraulica ragionata, nel tomo III a pag. 199 e seguenti, ed interrogando gl'ingegneri di quei paesi.

CAPO III.

Pratica usata per la dispensa delle acque nel Piemonte.

§ 37. Nel Piemonte non vi ha nessuna legge, regolamento o disciplina, la quale prescriva il modo da seguirsi nella dispensa delle acque.

Nel 1791 la Camera di Torino avea divisato di stabilirlo per vantaggio pubblico e privato, ma le vicende del tempo non furono favorevoli a questa operazione pacifica.

Si seguono però in queste province alcune costumanze, e nella contrattazione delle acque si conviene sul modo d'estrarle.

Io parlerò di queste, che in sostanza si riducono a due.

§ 38. La prima, la quale si trova usata fino dal 1474, è la seguente:

L'acqua nel Piemonte si vende a rote. Per *rota d'acqua* s'intende la quantità di acqua che esce da una luce quadrata di un piede liprando (1), collocata col suo lato superiore, come dicesi a

---

(1) Il piede liprando o aliprando è metri 0,5136.

fior di acqua, cioè di livello colla superficie dell'acqua della conserva, fiume o canale.

Se vi vogliono più rote di acqua la luce si fa rettangolare coll'altezza di un piede liprando, e colla base di tanti piedi liprandi, e sue parti, quante sono le rote e parti di rota che si hanno da estrarre.

La rota di acqua si divide in dodici once, come si divide il piede liprando, e per avere tre once di acqua si fa la luce rettangolare colla base di tre once, e l'altezza di un piede.

I lati superiori delle luci rettangolari debbono stare a fior di acqua della conserva. Del resto niun'altra circostanza per l'estrazione dell'acqua si trova prescritta nelle diverse concessioni, come circostanza comune ed essenziale alle bocche d'estrazione. Si veda la nota § 45 e seguenti.

§ 39. La seconda pratica cominciò nel 1730, ed è la seguente:

L'acqua si vende ad once.

Per *oncia d'acqua piemontese* s'intende quella quantità di acqua che entra per pura pressione dell'acqua soprastante alla soglia in una bocca rettangolare, la quale abbia tre once del piede liprando di larghezza, e quattro di altezza, ed abbia due once di altezza di acqua appoggiata al

labbro superiore, o sia cappello della bocca medesima. Queste due once di altezza di acqua sul labbro superiore della bocca è ciò che si dice battente dell'acqua. Talvolta il battente è anco maggiore, tanto è vero che non vi è una regola fissa.

§ 40. Per avere più once di acqua, o meno di un'oncia di acqua, si aumenta o si diminuisce solo la larghezza della bocca, facendosi questa maggiore o minore di tre once, quanto appunto la quantità di acqua da estrarsi, è maggiore o minore di un'oncia. Ma le dimensioni della luce si sono anco fatte di altre grandezze, tenendo per lo più il battente di due once. E questa costumanza del battente è adottata in tutti i nuovi edifizj delle bocche.

§ 41. Ecco poi come in questa seconda pratica, adottando l'artifizio delle bocche milanesi e cremonesi, si è da poco in qua preso a fare l'edifizio. L'acqua è invitata a presentarsi all'edifizio con direzione più che si può favorevole. L'apertura che è nella sponda del fiume, è guarnita di una cateratta che si chiama *Paratora.* Si veda la *Fig.* 2, che rappresenta all'occhio lo spaccato di un tale edifizio, nella direzione delle acque che passano per esso. A B è il fondo del

fiume; RR la superficie; SC è la paratora. Togliendo questa paratora, l'acqua potrebbe liberamente passare dal fiume nel fosso di derivazione; ed abbassando intieramente la paratora, si toglierebbe ogni passaggio all'acqua.

La soglia D di quell'apertura, sulla quale si appoggerebbe la paratora se fosse intieramente abbassata, e che dicesi *soglia della paratora*, non è stabilito ove debba porsi: ora si pone a livello del fondo del canale o del fiume, ora più bassa, ora più alta. Qui è posta più bassa.

§ 42. Il fondo DEF del fosso di derivazione, che ricever debbe l'acqua della bocca per la lunghezza circa di 25 piedi, si fa orizzontale, e fa una continuazione, o come si suol dire, si spiana sulla soglia D della paratora. Il primo tratto DE di questo fosso, il quale si chiama *calice*, e di cui non è determinata la lunghezza, ma che però si fa di circa 15 piedi, ha il fondo orizzontale, come si è detto, e le spalle verticali.

All'estremità del calice è chiuso interamente il fosso da un lastrone TV verticale e perpendicolare alla direzione del fosso. In questo lastrone è scolpita la luce rettangolare OH, la quale costituisce la bocca. Il labbro inferiore della luce per lo più viene stabilito all'altezza di mezzo

piede sopra il fondo orizzontale del calice e della soglia della paratora. Dal lato poi del calice si forma una battuta, o sia ritaglio *q* in altezza sopra l'orifizio, corrispondente al battente, di maniera che alla semplice oculare ispezione si conosca se la bocca abbia o non abbia la competenza del suo battente o se vi sia eccesso.

§ 43. La paratora poi si alza e si abbassa, e si fissa a quella altezza che l'acqua nel calice mantenga il battente *qp* stabilito alla bocca.

§ 44. Il tratto EF del fosso al di là della bocca per circa 10 piedi, e che chiamasi tromba, non ha dimensioni e figura determinata. Il suo fondo è, come si disse, orizzontale, e fa la continuazione del calice. L'acqua per conseguenza che esce dalla luce della bocca, viene ad avere nel nostro caso un salto di sei once sul fondo della tromba. Si veda le sopraccitata nota.

§ 45. Un edifizio per l'estrazione di quattordici once di acqua, è stato costruito sull'imperiale canale di Cigliano. La bocca ha due luci rettangolari, ciascuna delle quali ha 28 once del piede liprando per base, e tre per altezza; così in questo edifizio la bocca costituente l'oncia si è fatta di quattro once per base e tre per altezza, piuttosto che tre per base e quattro per altezza,

come sono nella maggior parte degli altri edifizi, fatti dalla metà del secolo in qua. La soglia della paratora è mezzo piede più bassa del fondo del canale, e la soglia della bocca è al livello col fondo del suddetto canale, e quindi elevata mezzo piede sul fondo del calice e della tromba. Il battente poi è di quattro once e non di due; la qual cosa conferma ciò che ho detto sopra che in Piemonte non vi è alcuna regola stabile per la dispensa delle acque.

NOTA.

§ 46. Consta (1) da titoli e documenti che nel 1474 si cominciò ad adottare un'unità di misura dell'acqua a piede quadro per concessione fattasi di acqua del Naviglio d'Ivrea proveniente dalla Dora.

Nel 1556 una concessione d'acqua della Roggia, o sia Bealera, detta di *Caluso*, fu anco essa a misura del piede quadrato, intendendosi del piede liprando del Piemonte.

Successivamente nel secolo XVII l'unità di mi-

(1) Queste notizie sonosi avute dall'abile ingegnere idraulico sig. *Melchioni* di Novara.

sura ha preso la denominazione di Ruota, esprimente la quantità dell'acqua che tramanda una bocca constituita da un piede liprando quadrato.

Dal 1600 al 1700, dall'esame delle investiture non altro si rileva se non che le concessioni delle acque sono state fatte a Ruota prèsa per unità di misura; e la Ruota si è concepita divisa in dodici parti, ciascuna delle quali è l'oncia.

§ 47. In generale pare che non si avesse altra cura che di far corrispondere la materiale superficie delle bocche, all'unità di misura della ruota di acqua.

Diffatti in una convenzione del 1579, con li Duchi di Savoja e li Duchi di Mantova per un'estrazione di acqua dalla Roggia di Crescentino si rileva intendersi per ruota di acqua la quantità di corpo d'acqua tramandata da una bocca, ossia bocchello dell'altezza di 9 once, e della larghezza di 16, constituente l'area di once 144 superficiali, ossia di un piede quadrato.

Pare che il lato superiore di queste bocche si ritenesse a fior di acqua. Nel 1764, trattandosi di assegnare tre ruote di acqua a favore del signor conte di *Masin*, estraibili dalla Bealera, ossia canale di Caluso, si adottò una bocca in larghezza di once 36, ed in altezza di once dodici, col lato

superiore a fior di acqua, vale a dire senza alcun battente.

§ 48. Nel 1730 consta che da certo ingegnere *Emanueli* si praticò un altro metodo declinando affatto dalla conformazione e portata della ruota d'acqua; ed attenendosi in vece alla conformazione delle once milanesi; colla differenza però, che laddove l'oncia milanese è constituita da una bocca larga tre once, alta quattro, col battente due once a misura del braccio milanese, l'oncia dal suddetto ingegnere venne constituita con bocca d'eguali dimensioni in luce e battente, ma a misura del piede aliprando. Altri dopo il sig. *Emanueli* hanno praticato diversamente, e per la più parte i signori Idraulici del Piemonte parvero convenire tra loro sulla misura, o sia unità di misura della ruota, e così della sua dodicesima parte, o sia dell'oncia dell'acqua, ritenendo che le bocche di erogazione, sì grandi come piccole dovessero venir conformate in guisa, che, qualunque ampiezza di luce occorresse o piacesse adottare secondo le circostanze, l'erogazione avesse da effettuarsi con un battente.

Del resto non vi è in Piemonte alcuna legge o regolamento intorno alla derivazione delle acque e loro bocche di erogazione.

La Camera di Torino aveva divisato nel 1791 di stabilire un metodo per questo oggetto, ma non si effettuò.

§ 49. Attualmente le nuove bocche per lo più si costruiscono così:

S'invita l'acqua del canale ad entrare nella bocca più favorevolmente che si può.

Le bocche hanno la paratora, il calice ed il modulo.

La soglia della paratora viene collocata in altezza tale sotto il pelo del canale o del fiume, che basti a garantire in tutti gli stati di acqua il battente al modulo, o sia alla luce della bocca, qualunque esso venga adottato di due, tre o quattro once, ed anco più. Il piano del fondo che noi chiamiamo calice si ritiene orizzontale, ora più, ora meno lungo, maggiore però delle dieci braccia milanesi. Il piano della soglia del modulo, o sia della bocca modellata, per lo più viene stabilito all'altezza di mezzo piede aliprando (centimetri 25, 68) sopra l'orizzonte della soglia del calice e della paratora.

Questa seconda soglia constituisce il labbro inferiore della luce del modulo o sia bocca.

§ 50. La luce della bocca è scolpita in una pietra da taglio, collocando questa verticale sulla

soglia del calice, e rettangola alle due sponde: la grossezza di tal pietra, o sia degli stipiti della bocca, non è di una determinata dimensione, bensì maggiore o minore in proporzione che più o meno è la bocca, affinchè sia abbastanza solida. Ma in questi ultimi tempi si ha l'avvertenza di apporvi al davanti una lamina di ferro dalla parte del calice, e di ritenere per poco maggiore l'ampiezza della luce scavata nella pietra, onde la soverchia grossezza non abbia da servire d'imbuto.

§ 51. Dal lato parimente del calice si forma una battuta, o sia ritaglio, in altezza sopra l'orificio corrispondente al battente, di maniera che alla semplice oculare ispezione si conosca se la bocca abbia o no la competenza dal suo battente, e se vi sia eccesso, per così regolare l'erogazione alzando, ovvero abbassando la paratora.

§ 52. Il piano nel fondo del canale continuativo al modulo, o sia bocca, il quale chiamasi *tromba*, in tutta la sua lunghezza non ha alcuna determinata dimensione, ed è lasciata così ad arbitrio: si ritiene orizzontale al piano del fondo del calice, o soglia della paratora.

Conseguentemente l'acqua uscente dal modulo o sia bocca, viene ad avere un salto di once sei del piede liprando (centimetri 25, 68) sul piano o sia fondo del canale da noi chiamato tromba.

§ 53. Le sponde di siffatto canale si erigono alla distanza dai bordi verticali della bocca ad arbitrio, e parimente ad arbitrio si costruiscono o paralelli o divergenti, ed anche talvolta convergenti, tuttavolta che il cavo continuativo all'edifizio sia più angusto in confronto della larghezza costituita dalla bocca, e dalla sezione presa tra i muri che la susseguono.

CAPO IV.

Pratica usata per la Dispensa delle Acque nel Cremonese.

§ 54. L'acqua nella provincia di Cremona si vende ad once cremonesi.

Per oncia d'acqua intendesi quella che entra e decorre per una luce o bocca larga un'oncia, ed alta once dieci a misura del braccio vecchio o sia del trabucco (1).

La prescritta altezza di once dieci rimane sempre costante, onde la sola maggiore, o minor larghezza della luce quella si è che determina e

(1) Il Trabucco è sei braccia vecchie.
Il Braccio vecchio è metri 0,4835.
Il Trabucco è dunque metri 2,9010.

denota il maggior diritto ed *onciato* dell'estrazione: se la bocca o luce è larga, per cagion d'esempio, solo mezz'oncia, l'estrazione dicesi di mezz'oncia; e se è larga più once, l'estrazione dicesi di tante once quante ne è larga la luce.

Le luci però non possono essere maggiori in larghezza di 24 once, e chi ha diritto ad un maggiore *onciato* debbe aprirsi due o più luci, o per più luci o bocche derivarnelo.

L'acqua poi si debbe appoggiare alla luce in altezza di undici once sul suo labbro inferiore; debbe cioè la bocca avere un'oncia di battente.

§ 55. L'edifizio componente una bocca modellata non è stato sempre come è attualmente, chè anzi da uno stato imperfetto si è portato a poco a poco allo stato attuale, il quale è quello di cui darò qui la descrizione. Nella Nota § 19 e seguenti narrerò anco come era in principio, giacchè anco adesso vi sono alcune bocche, che in forza di antichi contratti, hanno diritto di restare modellate a quel modo.

La *Fig.* 3, per quanto non siano le sue parti in proporzione, mostra però all'occhio lo spaccato dell'edifizio attuale. Per ben comprenderne la costrusione ho anco aggiunte le *Fig.* 4 e 5, le quali lo mostrano in prospettiva.

Nel mezzo di un muro fabbricato (si veda la parte C della *Fig.* 4) lungo la riva del Naviglio o acquedotto dispensatore è aperto un incile a tutta altezza delle rive. La soglia di questa apertura è sul fondo dell'acquedotto dispensatore, e nella *Fig.* 3 è in D. La larghezza dell'incile è poco più della larghezza della bocca: era in principio prescritta di questa larghezza, ma si è poi riconosciuto non esser necessaria questa precisione. Verso l'alveo dell'acquedotto estrattore l'incile è accompagnato da un canale di cotto, largo quanto lui, lungo braccia 10 vecchie, ed orizzontalmente applicato alla soglia dell'incile medesimo. Nella *Fig.* 3 il fondo di questo pezzo di canale di cotto è DX.

Vi è anco la cateratta, detta usciara o paratora, rappresentata da SC nella *Fig.* 3; se questa fosse intieramente abbassata, sarebbe tolta ogni comunicazione tra l'acquedotto dispensatore e l'estrattore; e tutto questo si può chiamare una prima parte dell'edifizio.

§ 56. La seconda parte, che è rappresentata dalla porzione E della *Fig.* 4, chiamasi *tromba*: essa è, come vedesi, un paralellepipedo formato ordinariamente di cotto, lungo braccia 10 vecchie, largo tante once, quante è il diritto dell'estra-

zione, ed alto once 10: nella *Fig.* 3 questa tromba è OTVH. Viene esso paralellepipedo costrutto e piantato nell'alvèo estrattore, col suo fondo orizzontale a quello dell'incile e canale, ed in distanza dall'incile o principio di esso canale ordinariamente di trabucchi 4, 5, 6, o 7, poco più, poco meno, secondo che le circostanze dei cavi possono permettere di collocarlo in retta linea del canale e dell'incile, e fuori segnatamente dei risvolti dell'alveo.

La luce o bocca modellata è la stessa imboccatura della tromba, e quindi l'acqua per la giusta competenza debbe stare all' altezza di undici once sulla soglia della imboccatura della tromba, poichè in questa guisa si ha un'oncia di battente: nella *Fig.* 3 questa luce è OH, e *q*O è l'altezza del battente dell'acqua. Che l'acqua stia a questa altezza si ottiene col mezzo della paratora o usciara B, la quale si alza ed abbassa di mano in mano, finchè l'acqua che entra per l'incile, e sgorga per CD, *Fig.* 3, di sotto ad essa paratora, basti ad empiere l'imboccatura, ed a mantenergli al di più l'oncia del battente; vale a dire a conservare l'acqua avanti la medesima, alta sempre 11 once, e nulla più.

§ 57. La terza parte dell'edifizio, che è rappresentata dalla porzione F della *Fig.* 4, e che è indicata colla stessa lettera nella *Fig.* 3, chiamasi *briglia*. È questa un sostegno o ritegno di cotto, largo la metà più della luce o imboccatura della tromba, aperto a tutta l'altezza delle rive dell'alveo, e situato alla distanza di 25 trabucchi cremonesi dall'imboccatura della tromba, cioè dalla luce o bocca modellata. La soglia della briglia è fissato che sia un'oncia più depressa del fondo della tromba, e soglia della bocca, la quale è, come si è detto, orizzontale, ed a livello del fondo dell'acquedotto dispensatore. Così, si veda la *Fig.* 3, il punto F esser debbe più depresso un'oncia del punto V.

La *Fig.* 5 rappresenta come è fabbricata questa briglia, le sue spalle o lati superiori, i quali si fanno lunghi ad arbitrio fino ad internarli nelle rive dell'alveo, come che largo sempre eccessivamente più della dovuta larghezza della briglia, si costruiscono fra loro convergenti fino a che si formi la sezione della briglia competente, ed inferiormente alla sezione si formano immediatamente divergenti, e lunghi parimente a piacere, fino ad internarli come sopra. La sezione pertanto della briglia viene, può dirsi, a riuscire unica-

mente fra due linee perpendicolari all'orizzonte, ossivero al sottoposto orizzontale di lei piano, prodotte dagli opposti vertici di due angoli solidi formati dalla convergenza e divergenza dei lati o spalle superiori ed inferiori alla sezione stessa.

§ 58. La quarta parte dell'edifizio è rappresentata dalla porzione D della stessa *Fig.* 4. Questa è collocata nell'acquedotto dispensatore, e chiamasi *scagno*. Egli è un sostegno di cotto piantato attraverso di esso alveo, sul quale per tutta la sua lunghezza si fissa un trave fasciato di reggetta di ferro, la cui sommità o superficie tiensi a giusto livello del labbro inferiore della bocca, vale a dire ad uno stesso orizzonte col fondo del canale, che accompagna l'incìle, e col fondo della tromba: anche questo scagno forma parte integrante della modellazione di una bocca.

Nella provincia cremonese adunque ogni edifizio per una bocca modellata debbe avere l'incile, la paratora, il canale, la tromba, la briglia e lo scagno.

Aggiungo infine che a rendere l'edifizio durevole si fanno di marmo le soglie, gli stipiti, la luce della bocca, ed il coperto della tromba.

NOTA

Sulla pratica in uso nel Cremonese.

§ 59. L'unità della misura dell'acqua, cioè l'oncia d'acqua, fu fissata (1) dalle provvisioni del Naviglio della città di Cremona, approvate dall'eccellentissimo Senato di Milano il giorno 22 dicembre del 1551 (2). In queste stesse provvisioni sono determinate le dimensioni e situazioni della bocca del canale, della paratora e della briglia. Non vi si fa parola della tromba e dello scagno; anzi la bocca dovea, secondo esse, esser collocata nella sponda del Naviglio, a filo perfettamente colla sponda medesima, e tanto sollevata del fondo del Naviglio, che l'acqua nel suo stato ordinario non fosse più alta sulla soglia di once undici.

§ 60. Prima delle citate provvisioni la modellazione consisteva nella sola bocca accompagnata

(1) Si veda l'opera intitolata *La Perizia e l'Agrimensura di Giuseppe Antonio Galosio, professore collegiato cremonese.* Cremona, 1786.

(2) Pag. 68, opera citata.

bensì dal canale, giacchè nei contratti ad esse anteriori non si fa menzione della briglia.

Nel 1559 il Potestà di Cremona, delegato dal Senato di Milano, decretò che tutte le bocche dovessero collocarsi colle loro soglie sul fondo del Naviglio; che questo fondo fosse assicurato, e che la competenza dell'acqua non si misurasse alla bocca, ma alla briglia, e che la paratora si alzasse od abbassasse tanto, che l'acqua, la quale dall'acquedotto dispensatore passa nell'erogatore per disotto la paratora, si mantenesse sulla briglia alla competente altezza. A quest'epoca si riferisce la costruzione dello scagno. Questa deliberazione produceva per una parte un buon effetto, giacchè così in ogni stato di acqua le bocche estrar potevano la stessa quantità di acqua dal Naviglio, ma lasciava per un'altra in imbarazzo su quella misura dell'acqua alla briglia, giacchè non si avevano regole sicure per eseguirla. Si vedano nell'opera sopraccitata le pag. 73 e seguenti.

§ 61. In questa stessa opera, pag. 89 e seguenti, si prova che la tromba fu introdotta nel 1561 dal marchese *Alberto Pallavicini* per la modellazione delle bocche sul Naviglio di sua proprietà, e dicesi inventata da un certo *Donieni*,

ingegnere cremonese, e direttore dello stesso Naviglio Pallavicino. In seguito poi fu prescritta come regola generale dalle provvisioni del Naviglio della città nel 1584, ed approvato dal Senato di Milano nel 1588; anzi fu ordinato che tutte le bocche fossero modellate come quelle del Naviglio Pallavicino, avessero cioè la bocca colla paratora, la tromba, la briglia e lo scagno, e che la competenza si misurasse all' imboccatura della tromba: le dimensioni poi ed altre circostanze di questa porzione d'edifizio, sono dichiarate nelle citate provvisioni, e sono quelle che io ho riferite nella Memoria, e che sono anco in pienissimo uso al presente. Così si può stabilire, che l'attuale pratica per la dispensa delle acque nella provincia cremonese, e che servì nel 1782 alla rimodellazione generale delle bocche sul Naviglio della città, e su quello Pallavicini, fu portata allo stato attuale di perfezione nel 1562, e che nel 1584 fu decretata con uno Statuto.

CAPO V.

Pratica usata per la dispensa delle acque nel Milanese.

§ 62. L'unità di misura è la così detta *oncia magistrale* di Milano.

Per oncia magistrale di acqua s'intende quella quantità di acqua che entra per pura pressione dell'acqua soprastante alla soglia in una bocca rettangolare, la quale abbia tre once del braccio di Milano per base, e quattro di altezza, ed abbia due once di altezza di acqua appoggiata al labbro superiore o sia cappello della bocca medesima. Queste due once di altezza di acqua sul labbro superiore della bocca formano il battente dell'acqua (1).

Per avere più once magistrali di acqua o meno di un'oncia, si aumenta o si diminuisce solo la larghezza della bocca, facendosi questa maggiore o minore di tre once, quanto appunto la quantità di acqua da estrarsi è maggiore o minore di un'oncia.

---

(1) Il braccio di Milano è metri 0,5949.

§ 63. Gli Statuti milanesi prescrivono che in questo modo sia fatto l'edifizio per l'estrazione dell'acqua.

Nella sponda dell'acquedotto dispensatore vi è fatta in un muro di cotto un'apertura rettangolare con le soglie e stipiti di pietra. La soglia inferiore di questa apertura è al piano del fondo dell'acquedotto mentovato, e questo fondo, ove può essere necessario, è reso stabile come si è detto al § 58. È larga quanto esser debbe la bocca d'estrazione, ed è alta quanto tutta l'altezza, ed anco più, se si vuole, dell'acquedotto. In quell'apertura è collocata una cateratta SC, la quale, abbassata, verrebbe a chiuderla intieramente.

Si veda la *Fig.* 6, che ci rappresenta l'edifizio di questo modo di dispensare le acque, come le figure precedenti per le altre pratiche.

Dietro a questa cateratta comincia subito il canale che debbe ricever l'acqua, il quale per una ventina di braccia è tutto fabbricato, ed in questo pezzo sta l'edifizio.

§ 64. Il fondo DH del canale, cominciando dalla soglia D dell'apertura nella sponda, per dieci braccia è acclive, salendo otto once. Terminata questa salita, egli è chiuso da un lastrone di marmo TH, il quale s'interna e nel fondo e

nelle pareti. In questo lastrone vi è il modello, o bocca rettangolare modellata (1). La soglia E del modulo è posta sul fondo acclive alla sua estremità. Essa è larga quattro once, tanto essendo fissato che sia la grossezza di quel lastrone. Ha questa bocca OH, come si è detto, di altezza quattro once, e di larghezza tanto quanto porta la competenza. La larghezza di questo primo tronco del canale è cinque once per parte, maggiore della larghezza dell'apertura fatta nella sponda dell'acquedotto dispensatore, e della larghezza del modulo. Così le sponde non sono a filo con gli stipiti dell'apertura e del modulo, ma sono indietro cinque once.

§ 65. La cateratta poi si abbassa e s'innalza fino al segno, che l'acqua resti dietro al modulo in *q*, per due once sollevata sul labbro superiore,

(1) In taluni Edifizj questo pezzo di fondo DH è orizzontale, ed ove termina si costruisce un muro verticale, il quale forma angolo retto colle sponde, e che chiuderebbe intieramente il canale, se non vi fosse praticata la bocca OH, o il modulo, la cui soglia inferiore è situata otto once più alta del fondo orizzontale. Nel resto le cose sono come noi le abbiamo descritte. Attualmente però è intieramente abbandonato questo modo di costruzione, quando non sia voluto dai contraenti.

e ad esso appoggiata per formare il battente. A qualche piccola distanza dietro la cateratta il canale viene attraversato da una solida pietra X o soglia, di cui la superficie inferiore X è situata a livello del lembo superiore O del modulo, e per ciò è XD dodici once; così quando al disotto della cateratta passa per CD tanta acqua che è sufficiente a dare il battente di due once, si ha questo stesso battente a questa pietra ultima nominata, e mostra anco a quale altezza si tiene l'acqua dietro la cateratta in P. Quando dunque la bocca ha il dovuto battente, l'altezza PD dell'acqua dietro la cateratta esser debbe 14 once. Tra le due soglie descritte O, X due once per l'appunto sul loro labbro è formato un leggiero tavolato *pq*, cui si dà il nome di *celo morto*, al quale viene in conseguenza ad appoggiarsi l'acqua, quando la bocca ha le due once del battente; l'acqua però non fa che toccarlo senza produrre alcuno sforzo per alzarlo. Al di sopra del tavolato, vi è poi una volta, o ponte su cui passa la strada.

§ 66. Tutta questa porzione di edifizio chiamasi tromba coperta, o castello della bocca.

Al di là del modulo, come in E, un'oncia più basso della soglia vi è il fondo EF del fosso, il

quale per braccia nove si fa declive, scendendo un'oncia in tutto. E terminato questo fondo declive avvi un picciol salto di un'oncia, dopo il quale il fosso FG o è orizzontale, o inclinato, secondo il bisogno dei privati, i quali da quel punto sono padroni essi di farlo come vogliono. Le sponde di questo secondo pezzo di canale sono distanti dai lati del modulo due once, e nella loro lunghezza divengono ciascuna di altre tre once. Questa parte del canale, che è fatta di muramento, chiamasi *tromba* scoperta.

Ma non tutte le bocche sono modellate in questa maniera, e per antiche convenzioni e contratti anteriori a siffatte prescrizioni, molte se ne trovano che hanno la sola tromba scoperta, essendo il modulo nella stessa sponda del fiume, ed altre che mancano anco della tromba: certo si è che attualmente quando i privati non convengano diversamente, gli edifizj per l'estrazione delle acque, e le modellazioni, in conseguenza delle bocche, debbono farsi nel modo summentovato.

A maggiore intelligenza poi di questa pratica, io riporto le figure che danno la pianta e lo spaccato di un edifizio fatto per quattro once magistrali di acqua, disegnato in proporzione.

La *Fig.* 7 dà la pianta, e la *Fig.* 8 ne dà il profilo. Nella *Fig.* 7 OP, OP sono le sponde del castello o tromba coperta paralelle tra loro, e distanti di quanto è larga la bocca QQ più dieci once; giacchè le porzioni PQ sono di once cinque. RS, RS sono le sponde divergenti della tromba scoperta, ed in principio sono distanti tra loro di quanto porta la larghezza della bocca più quattro once, ed infine sei once di più. Nella *Fig.* 8 le parti essendo disegnate colle stesse lettere che nella *Fig.* 6 non ne do la descrizione.

NOTA.

Sulla pratica Milanese per la dispensa delle acque.

§ 67. Il *Pecchi* nella sua opera, *Tractatus de Aquæductu*, parla della pratica decretata negli Statuti di Milano per la dispensa delle acque, e questa è quella stessa che ho riferito, e che è anco in uso ai nostri giorni. Se ne veda il tom. I, pag. 124. Quivi è descritto il castello e la tromba, ed è di più detto, che nelle roggie di minor conto che non è il Naviglio grande di Milano, si trova talvolta la sola tromba.

§ 68. Nei Commentarj di *Orazio Carpani* sul Gius Municipale di Milano, si trovano gli Statuti, di cui parla il *Pecchi*; e siccome quest'opera del *Carpani* è del 1585, così fino da quel tempo era per Istatuto Municipale in uso la pratica attuale per la dispensa delle acque correnti.»

§ 69. Il *Barattieri* nella sua Architettura delle Acque, stampata nel 1656, nel Cap. II e III della Parte II, parla di quest'istessa pratica dei Milanesi. Io non do queste notizie storiche, se non perchè mi vengono accidentalmente sott'occhio. Del resto non è mio istituto di radunarle, onde tessere la storia di questo punto d'architettura dell'acque; e poi l'Accademia altro non cerca che le pratiche attuali per la dispensa delle acque correnti.

§ 70. Ma in un opuscolo dell'ingegnere *Bernardino Ferrari*, inserito tra gli Opuscoli scelti di Milano del 1779, si trova l'esatta descrizione della pratica milanese, e di più vi si prova che questo metodo fu ritrovato, circa l'anno 1570, da un ingegner milanese *Giacomo Soldati*, e che fu generalmente adottato.

§ 71. Tutte le bocche modellate nel Milanese hanno l'edifizio da noi descritto, hanno, cioè, la paratora, la tromba coperta, il celo morto, e la tromba

scoperta, e collo stesso artifizio per conseguenza l'acqua si mantiene all'altezza delle due once del battente. Nelle dimensioni però di queste parti si trovano alcuni divarj in alcune bocche: la tromba coperta è talvolta di otto braccia piuttosto che di dieci, e qualche volta la tromba scoperta ha qualche poco più di pendenza. Queste differenze sono prodotte o da mala fede o da imperizia degli esecutori. Le dimensioni però riconosciute per legittime dai tribunali, ed alle quali si riducono gli edifizi delle bocche nel caso di reclami, sono quelle da noi riferite, quando non vi siano particolari convenzioni, le quali prescrivano diversamente.

CAPO VI.

PRATICHE NEGLI ALTRI PAESI DELL'ITALIA.

Pratica nel Bolognese.

§ 72. Nella provincia Bolognese non vi sono canali perenni ed irrigatorj: tutte le acque comprese del canal Naviglio sono precarie, e nell'estate mancano quasi intieramente. I torrenti, ed il Reno stesso, nell'estate sono affatto senz'acqua.

Per questo non vi è una regola costante ed uniforme, la quale stabilisca come si ha da fare la dispensa delle acque. Nelle concessioni che il Governo fa, è la perizia nell'ingegnere di uffizio, la quale lo determina a stabilire il modo del collocamento della bocca d'irrigazione e le di lei dimensioni, regolandosi in questo come si sono regolati in simili casi, ed avendo occhio all'uso, cui quest'acqua debbe servire. Vi sono poi per ciascun canale dei regolamenti, i quali però si riferiscono alle discipline che seguir debbono i custodi, onde vegliare perchè le cose stiano nello stato che si trovano, ed onde, in caso di scarsezza di acqua, i custodi, secondo la loro arte e perizia, facciano scarseggiare egualmente tutti gli utenti.

§ 73. In generale la bocca d'irrigazione è nella sponda del canale: è guarnita di cateratta per chiudersi intieramente al bisogno: l'unica regola prescritta per il canale Naviglio, si è che non giungano le bocche ad impoverirlo tanto, che ne abbia a soffrire la navigazione; perciò fu fino dal 1658 prescritto dal cardinal *Farnese*, che le soglie inferiori delle bocche fossero di macigno, ed alte tre piedi di Bologna sul fondo del canale, e che tutte avessero di più la cateratta per aprirle o in tutto o in parte, o chiuderle intieramente.

Questa ordinazione fu anco rimessa in vigore nel 1749, nel 1757, nel 1793, dai diversi Cardinali delegati, ed ultimamente nel 1805 dal Prefetto del Dipartimento.

§ 74. Nel 1811 fu fatta a Bologna per ordine del Prefetto la sistemazione del così detto Canal Torbido; ed ove prima le derivazioni delle acque da questo canale non avevano alcuna regola, facendosi talune con taglio nelle sponde del canale, altre con bocche rettangolari o circolari, e con diversissime situazioni rispetto al fondo ed al pel di acqua, fu stabilito che tutte dovessero ridursi ad una luce quadrata, avente per lato quattro once modenesi, cioè 0,17 metri, e nulla del resto delle circostanze fu detto.

Non si può dire pertanto, che nella Provincia Bolognese sia stabilita una pratica per la dispensa delle acque.

Pratica nelle Province Venete.

§ 75. Nelle Venete Province, eccettuate quelle del Bresciano e del Veronese, non vi è alcuna pratica stabilita per la dispensa delle acque. Non è stabilita neppure un'unità di misura. In tutte le concessioni delle estrazioni che attualmente si

trovarlo, non si vede fatta menzione che della grandezza della luce, per lo più rettangolare o quadrata, e dell'uso dell'acqua che debbe sgorgarne. Niuna considerazione sul battente dell'acqua, o su qualche altra circostanza, dalla quale si possa inferirne che siasi avuto alcun riguardo all'elemento della velocità. Nè ciò debbe far maraviglia, giacchè queste regole e pratiche non possono essere giudicate importanti, ed adottate in paesi, ove la giacitura del suolo, e la mancanza di acque perenni, non dà campo a quell'agricoltura, che abbisogna d'irrigazioni grandi e moltiplicate.

Pratica nel Ferrarese.

§ 76. Anco in questa provincia non vi è alcuna pratica stabilita per la dispensa delle acque; e nel caso di contratti per la compra delle acque per l'irrigazione si conviene sul modo da tenersi nell'estrazione; e non vi è alcuna regola fissa che stabilisca qualche cosa su i modi dell'estrazione.

Pratica nello Stato Romano.

§ 77. In moltissimi luoghi dei dipartimenti Romani si pratica l'adacquamento de' prati,

orti, ecc., e si deviano le acque dai fiumi o marrane per gli opificj, ecc. Alle Paludi Pontine sono gli esempi più frequenti, ma non vi è una pratica stabilita che fissi l'unità di misura, e prescriva il modo d'eseguire l'estrazione.

In Roma vi è qualche sistema per la diramazione dell'acqua, detta in oggi *mariana*, ed ecco a cosa si riduce. Le bocche sono fatte nelle sponde del canale a tutta altezza; l'acqua si dispensa ad ore, e l'autorità pubblica vi tiene un guardiano per regolare le aperture o chiusure delle cateratte apposte alle bocche medesime. Ordinariamente si aprono intieramente le cateratte, e non si fa riflessione alle diverse altezze dell'acqua.

Pratica nella Romagna.

§ 78. Nei dipartimenti della Romagna non vi sono irrigazioni sistemate, ma solo alcune prese di acqua da canali di molini privati, che l'autorità pubblica non conosce: così è inutile cercare in questi paesi alcuna regola o pratica stabilita per la dispensa delle acque.

Pratica nella Provincia Bresciana.

§ 79. Ecco come il *Barattieri* nella sua Architettura delle Acque, nella Parte II, Cap. II, descrive la pratica che si usa nella Provincia Bresciana:

" Misurano i Bresciani le acque loro correnti
" a quadretti, e per cavarla con misura dal mag-
" gior canale, formano la bocca alta dodici once
" del loro braccio, che sono un braccio appunto,
" ed altrettanto larga, facendo correre l'acqua
" per lo spazio di 100 pertiche, che sono 600
" braccia, cominciando alla bocca, per un canale
" pendente quattro delle medesime once, e po-
" nendovi tre regolatori o bocche di larghezza
" eguali come la prima nel principio, che è la
" medesima bocca all'incìle, l'altra nel mezzo;
" e la terza nel fine della suddetta lunghezza di
" 100 pertiche; e quando vogliono più o meno
" quantità di acqua di un quadretto, tenendo
" ferma l'altezza e l'ordine della pendenza, ag-
" grandiscono ovvero ristringono la larghezza
" della bocca. ,,

Nulla altro dice il *Barattieri*; ma io congetturo che la soglia superiore della bocca fosse

dodici once per l'appunto sotto il pelo ordinario del canale distributore, che, cioè, il lato superiore del braccio quadro formante la bocca, fosse per l'appunto a quel livello, giacchè se vi fosse stato un battente lo avrebbe detto, come lo dice parlando delle bocche milanesi.

Del resto nessuna pratica precisa è fissata in queste province.

Pratica nella Provincia Lodigiana.

§ 80. Lo stesso *Barattieri* nel luogo citato così descrive la pratica dei Lodigiani:

" I Lodigiani misurano l'acqua ad oncia, e
" l'oncia è fatta con uno sforo, o bocca alta nove,
" e larga una delle once lineari del braccio loro;
" e tante once lineari allargano la bocca, quante
" sono le once di acqua che intendono cavare,
" con ordine, che tale bocca abbia di battente
" due once lineari del braccio milanese. Passa
" l'acqua nel principio per un canale o tromba
" attaccata a detta bocca, lunga dieci braccia,
" che tiene la pendenza di un'oncia e mezzo dal
" principio al fine, cadendo o camminando nel
" resto a beneplacito, allargandosi però quella
" tromba un'oncia per parte, uscita dal labbro

" della bocca che si fa grosso due once, e nel
" fine si allarga un'altra oncia e mezzo d'avvan-
" taggio per ogni una delle parti. „

Attualmente però è in questo paese in uso la pratica milanese.

Pratica sul Piacentino.

§ 81. " I Piacentini, a quanto ci riferisce il
" *Barattieri*, usano di misurare l'acqua a canale,
" e fanno il lor canale di acqua con una sezione
" di 108 punti, o vogliamo dire once quadre
" del loro braccio, senza considerazione determi-
" nata, nè di altezza o larghezza, nè di pendenza
" dei loro canali, moltiplicando solamente le di-
" mensioni in qualsivoglia modo trovate. „

Tale è la descrizione del *Barattieri*, dalla quale si vede che per unità di acqua prendono quella che può correre per un canale, di cui la sezione abbia nove once di base e dodici di altezza, senza niuno riguardo alle altre circostanze del canale.

Attualmente poi convengono i privati tra loro del modo d'estrar l'acqua, adottando o il milanese, o il cremonese, o qualche cosa di loro soddisfazione.

Pratica nella Toscana, nel Genovesato, e nello Stato Napoletano.

§ 82. Anco in queste provincie d'Italia, per quanto non s'ignorino i veri principj delle acque correnti, e si adoperi l'irrigazione per la prosperità dell'agricoltura dove le circostanze il consigliano, non è stabilita alcuna pratica fissa e costante per la dispensa delle acque. La ragione è quella allegata sopra per altri paesi. In queste provincie non si trovano come nella Lombardia e nel Piemonte grandissime pianure, attraverso alle quali abbia potuto condursi qualche gran canale d'irrigazione, che, disseminando per viaggio le sue acque, renda fertili quei terreni. Quando un tal canale è formato, allora gli uomini si studiano a fissare delle regole per la diramazione delle acque, o le copiano dagli altri. Nelle provincie di cui parliamo si fanno i contratti per la diramazione delle acque convenendo tra i contraenti sul modo e sulle circostanze della presa dell'acqua.

§ 83. Dalle pratiche finora descritte nei capitoli precedenti si ricava che a tre si riducono in ultimo i modi per estrar l'acqua dai laghi, fiumi o canali. Il primo consiste nel praticare nelle

sponde dell'acquedotto dispensatore alcune aperture di lume determinato, onde esca l'acqua a sua posta. Il secondo di armare di cateratte o paratore le dette aperture, onde calarle o rialzarle a seconda che si alza, o si abbassa il fiume, perchè nell'acqua del condotto abbia sempre luogo la medesima altezza. Il terzo infine consiste nel costruire nel medesimo condotto, che ricever debbe l'acqua a qualche distanza dalla prima un'altra apertura determinata, regolando la prima coll'alzamento ed abbassamento della cateratta, per modo che in qualunque stato dell'acqua nell'acquedotto, abbia questa seconda un dato battente.

Anco il sig. *Lorgna* in una Memoria di cui parleremo più abbasso, aveva ridotto a questi tre modi tutte le pratiche usate per la dispensa delle acque tanto in Italia quanto altrove.

CAPO VII.

Altri modi per la Dispensa delle acque.

§ 84. Nel parlare delle pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque, io non ho mai discorso di quelle regole, o di quei modi che si

riferiscono alla distribuzione delle acque nelle città per beversi e per altri usi domestici. Ho supposto che la Società nel proporre il quesito abbia solamente voluto intendere di quelle acque che si estraggono da fiumi o canali aperti: pure anco di queste dirò qualche cosa.

In Roma, in Napoli, in Firenze, in Pisa, in Brescia, ed in altre città dell'Italia vi sono dei pubblici condotti, che da lontano portano l'acqua alla città, e quivi è distribuita in fontane pubbliche e private.

In nessuna di queste città è fissata una regola stabile e sicura, la quale stabilisca come abbiansí a fare le distribuzioni delle acque, e altra norma sicura non si ha se non che " versano eguali " quantità di acqua due cannelli che nelle eguali " egualissime circostanze sono situati. „

In generale è seguíto questo modo. Il condotto che porta l'acqua in città, la versa in una vasca per lo più circolare, ove rimane sempre allo stesso livello, se il condotto è sempre egualmente ricco di acqua. Nelle pareti di questa vasca in una linea paralella al supremo livello dell'acqua nella vasca, si trovano i fori o le bocche dei cannoni che distribuiscono l'acqua nella città. Così appunto sono gli acquedotti di Pisa;

e dalla vasca ove, il condotto versa l'acqua, partono tre cannoni, da cui se ne diramano molti altri per condurla ai diversi posti della città.

Si ha poi cura che le imboccature dei condotti, chiamate dagli antichi *calice*, abbiano la stessa situazione, seguendo le regole di *Frontino*, il quale dice; *et calicis positio habet momentum: in rectum, et ad libram collocatus modum servat: ad cursum aquæ oppositus, et devexus amplius rapit.*

Egualmente per un certo tratto dopo l'imboccatura non è permesso ai privati alterare le dimensioni e la figura del cannello. Ed anco in ciò è seguíta l'antica regola ordinata da un Senato Consulto riferito dallo stesso *Frontino* = *sed neque statim ab hoc* (calice) *liberum subijciendi qualemcumque plumbeam fistulam permittatur arbitrium; verum ejusdem luminis, quo calix signatus est per pedes quinquaginta; sicut Senatus Consulto, quod subjectum est, cavetur.... Ne cui . Eorum . Quibus aqua daretur . Publica jus esset . Intra . Quinquaginta Pedes . Ejus . Castelli . Ex . Quo . Aquam . Ducerent . Laxiorem Fistulam . Subijcere . Quam . Quinariam.*

Ed in queste poche cose tutte consistono le avvertenze e prescrizioni per queste diramazioni di acque.

§ 85. Dalla grandezza dell'orifizio, cui è innestato il condotto, si desume la quantità di acqua, ed in Toscana si dice un soldo di acqua, un quattrino di acqua, se l'orifizio è grande quanto è un soldo, o quanto è un quattrino; non è che non si conosca, e non si sappia anco dai fontanieri che conviene moltiplicare l'area da cui passa l'acqua per la velocità con cui passa, ma non si ha alcuna stima per questa velocità. Le resistenze delle pareti del condotto, le strozzature, gli allargamenti, le svolte, le pendenze dei vari pezzi di un condotto, le lunghezze di questi, sono tante cagioni che alterano tanto la velocità, che nel caso concreto ogni regola teoretica fallisce.

Per questo nel caso di diramare le acque dai cannelli, in tutte le città dell'Italia, ed anco oltre i monti, non è fissata alcuna norma; ed il perito, consultando le quantità di acqua che un cannello porta in certe circostanze conosciute, determina appresso a poco la quantità di acqua che porterà un altro cannello da costruirsi.

Nello stato attuale dell'Idraulica, la Società Italiana conosce certamente meglio di chiunque altro, che è difficilissimo, e direi quasi impossibile, stabilire una pratica ragionata e sicura, guidati dalla quale si potesse nel caso concreto di-

videre una data quantità di acqua portata da un acquedotto, in certe date porzioni, e queste per mezzo di più piccioli cannoni portarle a delle grandi distanze a sboccare. Bisognerebbe in questo caso fare mille tentativi, e trovare mille ripieghi; ed in ogni caso particolare tentare di nuovo, ed operare a norma delle circostanze.

Ed ecco perchè io ho detto qui sopra che ho creduto che il quesito a queste diramazioni non si riferisse.

§ 86. Egualmente l'Accademia non ha inteso che il quesito si riferisse alla costruzione degli edifizj così detti *partitori*, i quali ancora essi servono alla distribuzione e divisione delle acque, e perchè questi non sono buoni che per certi casi particolari, e perchè nulla è prescritto sulla di loro precisa costruzione.

Nelle province della Lombardia e del Piemonte s'incontrano siffatti edifizj, e sono adoperati per dividere in più parti l'acqua che corre in un canale, il quale non porti ghiaie o sabbie, e che non sia in conseguenza soggetto a depositi. Vogliasi per esempio dividere in due parti eguali l'acqua che porta un canale. L'ultimo tronco del canale per la lunghezza di circa 300 braccia, si riduca intieramente regolare, col fondo orizzon-

tale, o colle sponde egualmente inclinate all'orizzonte ed equidistanti tra loro, onde il filone dell'acqua non si accosti più ad una sponda che all'altra, ma stia esattamente nel mezzo. Il fondo nelle ultime 20 braccia, ove ha da costruirsi il partitore, e per qualche poco anco sopra, sia lastricato, e le sponde egualmente divergano e siano di muro. Il partitore è una specie di sperone di mediocre larghezza e di notabile lunghezza, che si edifica nel mezzo dell' alveo su quel fondo lastricato: dalla parte donde viene l'acqua finisce in un taglio angolare a fine di fendere il fluido, e questo taglio è formato di pietra viva; in questa guisa lo sperone divide il canale in due canali eguali, i quali continuamente vanno allontanandosi tra loro, e portano le acque al rispettivo destino; ciascun poi di questi canali condurrà la metà dell'acqua che conteneva l' intiero canale, se ciascuno dei primi tronchi dei due canali secondari sarà esattamente nelle medesime circostanze. Così si potrà suddividere di nuovo quest'acqua, ed avere la quarta parte di tutta, e così via via.

Nel caso poi che si dovesse dividere l'acqua di un canal primario in due parti diseguali, nella ragione, per esempio, di 2 : 3; ad onta di tutte

le cautele nella costruzione del partitore, non possiamo esser sicuri di una esatta risoluzione del problema. Si può invero porre il partitore in tal modo nell'alveo, che le sezioni dei due canali secondari, nei quali resta separato, stiano tra loro come 2 : 3; ma il filone dell'alveo imboccando la sezione maggiore, per questa passerà più acqua a proporzione di quella che vi dovrebbe passare. Siffatto inconveniente è proprio di tali edifizj, dei quali ho detto qualche parola, onde veramente ognuno si persuada che non potevano questi formare soggetto d'esame nella soluzione del quesito proposto dall'Accademia.

CAPO VIII.

Preliminari all'esame delle pratiche per la dispensa delle acque.

§ 87. Fatti due fori nelle pareti di due vasi o conserve di acqua, mantenute costantemente piene, onde da questi due fori sgorghi in egual tempo esattissimamente la stessa quantità di acqua, è necessario,

I. Che i fori abbiano la medesima area, e la stessa figura.

II. Che siano egualmente depressi sotto la superficie suprema dell'acqua.

III. Che in ogni vaso siavi lo stesso rapporto tra l'area del foro e l'area del supremo livello.

IV. Che la conserva abbia intieramente la stessa figura.

Queste due condizioni III e IV non sono necessarie, se il foro è minore di un ventesimo dell'area del supremo livello della vasca, essendo la vasca paralellopipeda.

V. Che le pareti ove sono scolpiti i fori abbiano la stessa grossezza ed eguali egualissimi i bordi dei fori.

VI. Che egualmente tranquilla od egualmente agitata sia l'acqua tanto nella superficie e nell'interno di un vaso, quanto nella superficie e nell'interno dell'altro.

VII. Che con egual direzione l'acqua si presenti per iscappar fuora tanto ad un foro, che all' altro.

VIII. Che i fori siano egualmente distanti, tanto dal fondo, quanto dalle pareti, quando queste distanze non siano al di là di un certo limite

IX. Che lo sgorgo dell'acqua dai fori si faccia egualmente nell'aria, e sia egualmente libero, o egualmente impedito, incontrando qualche osta-

colo molto vicino al foro. Così se ai fori è unito un canale, sia questo della stessa pendenza in ambedue, ed in generale abbia le stesse circostanze.

X. Se lo sgorgo si fa nell'acqua sia tanto un foro che l'altro egualmente rigurgitato.

XI. Infine che in quest'ultimo caso siano eguali egualissime le circostanze tutte del canale ove si fa lo sbocco.

Col prescrivere queste condizioni perchè da due fori escano in tempi eguali, eguali quantità di acqua, non vuol dire che noi pensiamo non potersi ottenere eguali quantità di acqua anco senza siffatta eguaglianza di circostanze. Infatti, posti due fori a diverse profondità sotto il supremo livello, possiamo idearci che questi due fori si facciano di diverse grandezze, onde il più depresso sotto la superficie abbia un'area minore, e da esso sgorghi una quantità di acqua, eguale a quella che sgorga dall'altro, posto più vicino alla superficie dell'acqua, ma più grande del primo; così delle altre circostanze sopra annoverate, siccome talune favoriscono l' uscita dell'acqua, altre la ritardano, si può sempre immaginare due fori, i quali, sebbene fatti in diverse circostanze, diano la medesima quantità di acqua,

purchè le circostanze, le quali favoriscono l'uscita del fluido, facciano tanto vantaggio, quanto quelle che la ritardano fanno scapito.

Ma non ostante le vigilie ed i sudori di tanti geometri e di tanti fisici, l'idraulica è ben lontana da quello stato, nel quale si possa a *priori* e con regole alla mano accomodare le circostanze diverse di due fori da cui sgorghi dell'acqua, accomodarle, dico, per modo che le quantità di acqua uscita in tempi uguali siano eguali; qual geometra o qual fisico prenderebbe a stabilire per due luci di diversa grandezza, a quali profondità debbono esse intagliarsi nelle pareti di un vaso, affinchè da esse uscisse la stessa quantità di acqua, e farebbe ciò coll'intima persuasione che lo sperimento confermerebbe appuntino il suo lavoro? E sì che queste due cose della distanza, cioè, dal supremo livello e dell'area di un foro, sono quelle sopra le quali si è più studiato e sperimentato, onde tal problema si potrebbe appresso a poco risolvere.

Concludo pertanto che se nella pratica vorremo che da due fori fatti in due conserve, sgorghino le medesime quantità di acqua esattamente, e che tutti abbiano l'intima persuasione che ciò esattamente, e succede e debbe succedere, è ne-

cessaria quell'eguaglianza di circostanze qui sopra dichiarate.

§ 88. Chiamando *Bocca d'estrazione* quell'apertura per mezzo della quale estrar si vogliono le acque da un canale, da un fiume, o da un lago per servire a diversi usi della società, affinchè questa bocca possa dirsi perfettamente architettata, e servir possa di giusta misura delle acque che si estraggono, onde, per mezzo di tali bocche, possano le acque giustamente dispensarsi e dividersi tra i privati, e che questi restino persuasi che le bocche d'irrigazione danno appunto quelle quantità di acqua per cui sono costrutte; e così non insorgano liti, è necessario,

1. Che in qualunque luogo sia costrutta questa bocca, e su qualunque fiume o canale o lago, in qualunque tempo dia essa la stessa quantità di acqua.

2. Che sia in tal maniera costrutto l'edifizio, che non possa un privato possessore estrar maggior quantità di acqua senza guastarlo con rotture facili a riconoscersi.

3. Che l'edifizio sia di facil costruttura, mantenimento e maneggio, onde, lasciato in mano agl'imperiti, non si corra rischio di vederlo facilmente alterato.

4. Che l'edifizio occupi un piccolo spazio, onde più facilmente possa costruirsi in qualunque sito.

5. Che col crescersi l'apertura della bocca, onde avere il doppio o triplo, ecc., dell'acqua, si possa esser certissimi d'avere ottenuto l'intento.

6. In generale che tutte le parti dell'edifizio sieno per modo stabilite, che nulla resti da determinarsi a norma di circostanze locali ed a giudizio di periti.

E qui concluderemo che sarà meglio architettata quella bocca, e che meglio soddisfarà ai fini per cui è fatta, quanto maggior numero conterrà dei sopra indicati pregi ed in quanta maggiore estensione essa gli conterrà; ed ecco in questa guisa formata una specie di pietra di paragone, colla quale misurar potremo tra più bocche d'erogazione diversamente costrutte, quale è la meglio ideata e meglio corrispondente agli usi per cui è fatta, e potremo anco volendo tra loro classificarle secondo il merito che esse hanno, e stabilire ciò che far si dovrebbe per perfezionarle.

CAPO IX.

Esame delle pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque.

§ 89. Dalle descrizioni date nei capitoli precedenti ognuno avrà da sè medesimo potuto rilevare che i soli paesi, nei quali sono stabilite delle regole fisse per la dispensa delle acque correnti, sono il Milanese, il Cremonese, il Mantovano e Veronese insieme. Io non voglio dire per questo che anco in vari altri non si seguano alcune norme, anzi ho descritto quali queste sono; dico soltanto che la discussione per dichiarare quale è la pratica più convenevole per la dispensa delle acque correnti, non può cadere che sopra le tre pratiche adottate in quelle tre province, pratiche prescritte dai pubblici regolamenti, ed a cui tutti i privati sono, generalmente parlando, tenuti di assoggettarsi. Ciò anco si renderà più manifesto dopo l'esame che noi siamo per istituire di queste tre pratiche, giacchè allora, annoverando i pregi che esse hanno, e quei di cui mancano, si vedrà quanto ad esse sono inferiori le usanze per la dispensa delle acque negli altri paesi.

Delle pratiche, ch' io prendo ad esaminare, la prima appartiene al primo di quei tre mali di estrazione, a cui ho mostrato nel § 83 che tutte si riducono; le altre due appartengono al terzo. Non esamino nissuna di quelle pratiche che al secondo si riferiscono, perchè nulla, rispetto ad esse, ho trovato di fisso e determinato, e quindi non possono essere soggetto di discussione.

Esame della pratica usata nelle province Mantovane e Veronesi.

§ 90. Incominciamo dal paragonare tra loro due bocche d' irrigazione edificate a norma di questa pratica, e vediamo quali delle condizioni assegnate nel capo VIII al § 87 si verificano in esse, e quali no.

Queste condizioni sono le necessarie affinchè in pratica da due aperture fatte nelle pareti di due conserve, mantenute costantemente piene, sgorghino le medesime quantità di acqua esattamente, ed affinchè *tutti abbiano l' intima persuasione, che ciò esattamente e succede e debbe succedere.*

La seconda condizione porta " che le due " aperture siano egualmente depresse sotto la " superficie suprema dell' acqua. "

Ora questa condizione non è soddisfatta, giacchè, per quanto sia detto che il labbro superiore della bocca debbe avere due once di battente, pure non gli si è potuto stabilire che appresso a poco (§ 10, 33 e 34); e poi in questa pratica crescendo il battente nel canale, i diversi alzamenti nelle diverse parti del canale danno diversi battenti alle bocche, che esse dovrebbero avere eguali.

§ 91. Egualmente in questa pratica non sono adempite le condizioni V, VII, VIII e IX, le quali stabiliscono:

La V. Che le pareti ove sono scolpiti i fori abbiano la stessa grossezza, ed eguali egualissimi i bordi dei fori.

VII. Che con egual direzione l'acqua si presenti per iscappar fuora, tanto ad un foro, che ad un altro.

VIII. Che i fori sono egualmente distanti, tanto dal fondo, che dalle pareti, quando queste distanze non siano al di là di un certo limite.

IX. Che lo sgorgo dell'acqua dai fori si faccia egualmente nell'aria, e sia egualmente libero, o egualmente impedito incontrando qualche ostacolo molto vicino al foro.

Infatti nella nota al § 31 e seguenti si è veduto che non è stata prescritta alcuna cosa perchè queste condizioni siano avverate. Nulla si dice della grossezza che aver debbono le pareti della bocca; nulla per quelle bocche che sono collocate nelle svolte dei canali, delle quali molte e molte vi sono: alcune bocche poi hanno la soglia al fondo e presso al fondo del canale dispensatore; altre molto sollevata; alcune infine sgorgano liberamente nell'aria, altre in un canale, che ha le sponde ed il fondo presso i bordi della bocca, ed ancora per questo canale nulla è detto sulla pendenza che ha.

Così in questa pratica mancano cinque di quelle condizioni, necessarie a far sì che non abbia difetti in sè stessa, e senza rapporto alle altre.

Esame della pratica usata nella provincia Cremonese.

§ 92. Tutte le condizioni stabilite nel § 87 si verificano nella pratica, che per la dispensa delle acque correnti si usa nella provincia Cremonese: così considerata in sè stessa e senza confronto con altre, non ha alcun difetto da rimproverarsele.

Io andrò esaminando quelle condizioni, per le quali non si vede a colpo d'occhio come siano verificate. Per questo premetterò alcune nozioni.

Dalla conserva o vasca ALGM (*Fig.* 12) scappi l'acqua pel foro FG, mentre una polla versa acqua nella stessa conserva: l'acqua nella conserva si stabilirà al livello AM, tale che dal foro FG, sotto l'altezza dell'acqua MF scapperà tanta acqua, quanta la polla ne versa nella vasca.

Ora se nella conserva si porrà un diaframma EB, il quale la divida in due camere ALHB, BHGM, lasciando al di sotto di sè un'apertura EH, per cui l'acqua dalla prima possa passare nella seconda camera, allora l'acqua si disporrà nelle due camere in due diversi livelli AB, CD, e la situazione che essi prenderanno dipenderà da questo che l'acqua che scappa dal foro FG col battente FD, sia eguale all'acqua che scappa dall'apertura EH col battente CB, differenza delle due altezze EB, EC.

§ 93. Col diminuire poi l'apertura EH, si diminuisce la quantità di acqua che passa dalla prima camera nella seconda, fino a ridursi questa quantità al nulla, se diviene zero quest'apertura: dunque quanto più si abbassa quel diaframma, tanto meno s'innalza il livello CD, o tanto più piccolo viene il battente FD sul foro FG, e viceversa. Ecco adunque un ripiego col quale si può fare in modo, che essendo l'acqua in un

vaso mantenuto costantemente al livello AM sul foro FG fatto in una sua parete, si può fare in modo, io dico, che mentre nel resto del vaso l'acqua si mantiene a quel livello, accanto al foro FG, l'acqua stia ad un livello CD inferiore al primo, quanto a noi piace: basta per questo con un diaframma BE dividere il vaso in due, ed abbassare tanto il diaframma, che l'acqua si ponga al voluto livello CD.

L'esperienza pienamente conferma tutto questo.

§ 94. Di tale stupendo ritrovato fecero uso i Cremonesi (anzi essi medesimi lo immaginarono, giacchè a quel tempo non esisteva nella mente degli uomini la scienza idraulica) per ottenere l'eguaglianza del battente nelle bocche d'irrigazione, situate in diversi siti del canale dispensatore, ove le soglie delle medesime, essendo in ogni sito al livello del fondo, venivano a trovarsi a diverse profondità sotto la superficie dell'acqua, e ad avere in conseguenza diverso battente.

§ 95. Il canale dispensatore, ed il primo tratto per cinque trabucchi circa del canale estrattore, all'estremità del quale trovavasi la bocca d'estrazione, vengono a formare una conserva o vasca, come quella di cui si è sopra parlato. Se nulla vi fosse che lo impedisse, l'acqua si conserverebbe

alta sulla bocca d'estrazione, quanto porta l'altezza del livello del canale dispensatore su questa bocca medesima: ora la cateratta che sta all'incile, o all'apertura fatta nel canale dispensatore, forma quel diaframma che divide in due la vasca, e coll'abbassare or più or meno la cateratta si fa in guisa che il livello dell'acqua tra la cateratta e la bocca d'estrazione, si ponga a quella altezza determinata, per costituire il battente, il tutto come nel caso di quel vaso sopra immaginato. Ecco dunque come, col ripiego di quella cateratta all'incile, e coll'aver fatta la bocca d'irrigazione, non nella sponda del canale, ma in una sezione del canale estrattore, alla distanza di cinque trabucchi circa dall'incile, si è ottenuto la seconda condizione = che, cioè, tutte le bocche d'irrigazione siano egualmente depresse sotto la superficie dell'acqua.

§ 96. La sesta e la settima condizione che, cioè, l'acqua sia egualmente tranquilla od egualmente agitata, e che con egual direzione si presenti ai due fori, si ottengono in virtù della struttura degli edifizj, per quanto l'acqua, passando al disotto della cateratta, possa avere e diverse direzioni e diverse agitazioni secondo diversi luoghi, ove può essere un edifizio; pure essa en-

trando nel canale estrattore, ove il fluido si mantiene ad un'altezza al di sopra della bocca d'irrigazione, perde questi difetti. Essa acqua scemando di velocità, e per la resistenza dell'acqua che incontra, e per l'allargamento che trova sboccando dall'incile nel canale estrattore, e per le resistenze che debbe essa superare nel tratto di quei cinque trabucchi, che vi corrono dall'incile alla bocca, perde ogni prima agitazione e direzione, e prende quella che è determinata dalle circostanze dell'edifizio, e così per ogni bocca, siffatta agitazione e direzione viene ad essere la stessa (1).

(1) Nei sostegni, o, come diconsi in Lombardia, *conche*, l'acqua entra per lo più a riempire il sostegno per due finestrelle fatte nelle porte superiori o piccole porte. Da queste aperture cadendo l'acqua sulla platea della conca, in ispecie se l'altezza ne è molto grande, viene a produrre una grandissima agitazione vorticosa dell'acqua sottoposta, a segno che la barca che vi si trova, è sbattuta da una parte all'altra nelle sponde del sostegno medesimo, se il navalestro non ha l'avvertenza di legarla. A me è stato riferito che per tal motivo appunto pochi anni sono una barca di calcina si affondò nella così detta *conca della Cascina dei pomi*, che ha d'altezza circa 5 $\frac{1}{2}$, braccia di Milano, che è situata sul Naviglio della *Martesana* vicino a Milano. Essendosi strappata la corda che la teneva, l'acqua agitata

§ 97. Ma a questo proposito conviene osservare che secondo la pratica cremonese la così detta tromba, l'imbocco della quale è formato

spinse la barca sotto alle finestrelle delle porte superiori, e l'acqua arrovesciandosi sulla barca, l'affondò.

Ora per rimediare a siffatto inconveniente nella costruttura dei sostegni sul nuovo Naviglio tra Milano e Pavia si è immaginato questo ripiego: si divide il sostegno in due camere con un robusto tavolato, il quale è distante dalle portine del sostegno circa tre braccia, e forma la prima camera, ove cade l'acqua per riempire il sostegno. Nell'altra camera, che è il restante della conca, sta la barca. L'altezza del tavolato è tale che quando la conca, è piena la barca vi può passare al di sopra. Il tavolato non va fino al fondo della conca, ma vi è distante di circa mezzo braccio, e per questa apertura al disotto del tavolato, la quale pesca nell'acqua, che sta sempre sul fondo del sostegno, l'acqua passa dalla prima nella seconda camera a riempire il sostegno medesimo. Questo ripiego, che io stesso immaginai e prescrissi, allora quando aveva la direzione dei lavori di quel Naviglio, si è messo in uso con pienissimo successo; tutta l'agitazione dell'acqua cadente resta circoscritta e racchiusa nella prima camera, e tranquilla è l'acqua nella seconda, per modo che neppure nei sostegni di otto braccia d'altezza è necessario legar le barche.

Io ho riferito questa cosa per confermare quanto ho detto sopra, che l'acqua la quale passa al disotto della cateratta, avanti di giungere alla bocca d'irrigazione, perde ogni primiera agitazione.

dalla bocca d'irrigazione (§ 56) " è costrutta e
" piantata nell'alveo estrattore col suo fondo oriz-
" zontale a quello dell'incile e canale, ed in di-
" stanza dall'incile o principio di esso canale
" ordinariamente di trabucchi 4, 5, 6, o 7, poco
" più poco meno, secondo che le circostanze dei
" cavi possono permettere di collocarlo in retta
" linea del canale e dell'incile, e fuori segnata-
" mente dei risvolti dell'alveo. „

Ora questa indecisione sulla distanza della bocca all'incile può lasciar luogo ad arbitrj, a frodi, e quindi a contestazioni se una bocca estragga più acqua di un'altra.

§ 98. L'ottava e la nona condizione portano che le soglie delle bocche d'irrigazione siano egualmente lontane dal fondo del canale estrattore, e che se versano esse le acque in un canale, sia esso della stessa pendenza per tutte. Anco queste due condizioni sono inerenti alla pratica cremonese per la struttura stessa dell'edifizio. La soglia della bocca è orizzontale colla soglia dell'incile, e questa col fondo del canale; e per mantenere stabile questo fondo, vi è al di sotto dell'incile, ed attraverso del canale dispensatore, lo scagno (58); la briglia poi che è posta (57) nell'alveo estrattore un'oncia più bassa

della soglia della bocca, e distante 25 trabucchi da essa, stabilisce per tutte le bocche d'irrigazione la pendenza del fondo del canale, nel quale si versa l'acqua della bocca medesima. Qualunque alterazione nel fondo del detto canale al di sotto di questa briglia, le sperienze mostrano che non può risentirsi alla bocca d'irrigazione (1).

Esame della pratica usata nella provincia Milanese.

§ 99. Egualmente che nella pratica cremonese, tutte le condizioni necessarie per dichiarare una pratica buona in sè medesima s'incontrano anco nella pratica milanese.

Anco in questa pratica il ripiego della cateratta all'incile serve a mantenere lo stabilito battente alle bocche d'irrigazione nè più nè meno, per quanto si possano trovare a diverse profondità

(1) Ho osservato più volte l'acqua di un Naviglio, allora quando si avvicina alle porte di qualche sostegno e trabocca da esse. Non comincia a riconoscersi accelerazione nell'acqua, che equabilmente si avvicinava allo stramazzo, che alla distanza di due a tre metri; al di là di questo limite l'acqua procede come se non si avvicinasse a cadere. La stessa osservazione si può fare guardando i fiumi quando traboccano dalle pescaje.

sotto la superficie dell'acqua del canale dispensatore. Tutte le soglie poi d'irrigazione sono sollevate della medesima altezza otto once sul fondo del detto canale.

§ 100. Il modulo della bocca è per vero dire assai più vicino alla cateratta in questa pratica che nella cremonese: nella milanese è distante braccia 10, cioè metri 5,949, e nella cremonese trabucchi 5, cioè metri 14,505. Si potrebbe adunque sospettare che l'acqua al presentarsi alla bocca ritenesse sempre una parte di quella velocità colla quale dal canale dispensatore passò di sotto la cateratta per entrare nella vasca o tromba coperta; ma ogni sospetto è tolto dall'esame dello stesso edifizio. Primieramente il modulo non ha la soglia al medesimo piano della soglia dell'incile, ma otto once più alta; tra queste due soglie poi vi è il piano acclive, che l'acqua è obbligata a salire per arrivare al modulo, e con ciò a perdere del suo moto concepito. Ad estinguere poi affatto ogni movimento contribuisce l'altezza dell'acqua nella vasca tra la cateratta ed il modulo che è sempre di quattordici once; giacchè sotto questo corpo di acqua debbe passare il fluido, per andare per di sotto la cateratta, dal canal dispensatore, nella tromba coperta della bocca (nota,

§ 96); e poi contribuisce più di tutto quel cielo morto, il quale ferma ogni agitazione dell'acqua (1).

Mentre queste ragioni provano che l'acqua avanti al modulo debbe esser come stagnante, onde da esso non esca che in virtù della pressione dell'acqua che costituisce il battente, l'inspezione oculare ne convince, perchè si vede l'acqua tranquillissima dietro la cateratta. L'acqua all'uscire dalla bocca fa un salto d'un'oncia, poi per un piano inclinato di nove braccia colla declività di un'altr'oncia discende: dopo questa discesa fa un altro salto di un'oncia per cadere nel canale, detto *roggia*, ove resta in balía dei particolari possessori. Dopo dunque il salto di queste tre once non vi può esser più dubbio, che una maggiore o minor pendenza della roggia produca qualche effetto sulla quantità di acqua da estraersi.

Rispetto alle altre condizioni non è da parlarne,

---

(1) Quei che trasportano l'acqua o altri fluidi in gran vasi scoperti, affinchè nello scotimento il fluido non salti fuori, hanno costume di metterci a galleggiare o dei pezzi di sottili tavole di legno, o dei mazzetti di sottili bacchette o fuscelli. Questi corpi ricoprendo la superficie del fluido ne fermano presto ogni agitazione; così il ripiego del *cielo morto* io l'ho per istupendissimo ritrovato.

perchè facilissimo è il ricavare dalla costruzione dell'edifizio, che tutte si verificano.

CAPO X.

Confronto delle due pratiche Cremonese e Milanese, e dichiarazione di quella da preferirsi.

§ 101. Delle tre pratiche esaminate escludo dal confronto la mantovana e veronese, perchè, come abbiamo veduto, ad esse mancano molte condizioni necessarie onde una pratica sia buona in sè medesima senza il paragone colle altre. Le due pratiche poi la cremonese e la milanese, sono egualmente buone ciascuna in sè medesima, giacchè per esse, tutte quelle condizioni si verificano. Conviene ora confrontarle una rispetto all'altra, onde vedere quale delle due meriti la palma.

È vero che si troverà che esse poco differiscono tra loro rispetto ai pregi che debbe avere una perfetta pratica per la dispensa delle acque correnti, pure dovendo una sola esser la pratica da prescegliersi, anco quel poco determinerà il nostro giudizio. La scala per misurare i gradi di bontà di queste pratiche l'abbiamo fissata al § 88,

ove abbiamo annoverati i pregi che debbono incontrarsi in una pratica perfetta; vediamo dunque se nelle due dette pratiche questi pregi si trovano, ed in quale estensione.

§ 102. " Il primo porta che in qualunque
" luogo sia costrutta la bocca, e su qualunque
" fiume o lago o canale, ed in qualunque tempo
" dia sempre la stessa quantità di acqua. „

Ora tanto colla pratica cremonese, quanto con la milanese questa condizione sempre si ottiene: nella pratica cremonese basta che l'incìle il quale si fa nella sponda del lago, fiume o canale abbia la sua soglia depressa, almeno, circa once dodici del vecchio braccio di Cremona sotto il pelo basso dell'acqua; e nella milanese la detta soglia vi sia depressa circa quindici once almeno del braccio di Milano: nel resto gli edifizj nel canale estrattore siano costruiti, come è prescritto. Che il fondo del fiume d'onde si deriva l'acqua sia più basso della soglia dell'incìle non fa nulla, giacchè, come si è sopra avvertito, ogni movimento concepito dall'acqua nel passare per l'incìle al disotto della cateratta, viene ad esser distrutto prima che l'acqua giunga alla bocca modellata: così non sarebbe, se la medesima bocca modellata si trovasse nella sponda stessa del fiume al luogo dell'incìle.

La cateratta poi, tanto in una pratica quanto nell'altra, debbe abbassarsi per modo che la bocca abbia il battente stabilito nella respettiva pratica. Collocata la soglia dell'incile a quella profondità sotto il pelo magro dell'acqua o ad una maggiore profondità secondo le circostanze locali, saremo sicuri che dalla bocca non escirà mai una quantità di acqua minore di quella per cui è fatta la bocca medesima; ed affinchè nelle escrescenze del fiume o canale dispensatore, la bocca non estragga più acqua di quella che a lei compete, non dovranno fare altro i custodi (i quali hanno le chiavi delle cateratte) nei diversi stati del fiume, che abbassare o alzare le cateratte, onde rimettere le bocche al loro battente; nè è necessario che ad ogni piccola escrescenza del fiume si abbiano ad abbassare le cateratte delle bocche d'irrigazione, giacchè (come proveremo nel capo seguente) gli alzamenti di livello nel fiume sono molto maggiori degli alzamenti che vengono in conseguenza nei battenti delle bocche; onde è che quando questi ultimi sono di lieve momento, non importa toccare le cateratte, non ostante l'accrescimento dell'acqua nel fiume. Questa bellissima proprietà di tali edifizj delle bocche d'irrigazione è stata forse incognita agli stessi inven-

steri di quelli, nè in alcun trattato di acque correnti si trova avvertita.

§ 103. Il secondo pregio è " che sia in tal " maniera costrutto l'edifizio, che non possa un " privato possessore estrarre maggiore quantità " di acqua senza guastarlo con rotture facili a " riconoscersi. „ Anco di questo pregio godono ambedue le pratiche la cremonese e la milanese, se non che questa lo gode in qualche maggiore estensione: l'edifizio milanese, essendo tutto di muramento, è più difficile ad alterarsi, e più facili sono a riconoscersi le alterazioni. Il modulo della bocca, che ne è la parte più importante, è ancora più difeso dalla perversità di chi volesse alterarlo di quello che sia il modulo della bocca nella pratica cremonese.

§ 104. Il terzo pregio è " che l'edifizio sia di " facil costruttura e mantenimento, onde, lasciato " in mano agl'imperiti, non si corra rischio di " vederlo facilmente alterato. „ Anco di questo terzo pregio le due pratiche egualmente godono; due volte l'anno sono riveduti gli edifizj, tanto nel Cremonese, quanto nel Milanese, e ciò basta perchè siano conservati in buono stato.

§ 105. La quarta condizione è " che l'edifizio " occupi un piccolo spazio, onde più facilmente

" possa costruirsi in qualunque sito. „ Questa condizione è importantissima. L'edifizio nella pratica cremonese occupa uno spazio di lunghezza di circa trenta trabucchi, metri 87 circa, e nella milanese uno spazio di circa braccia 20, metri dodici circa. La larghezza è appresso a poco la stessa in ambedue. Si vede adunque che, rispetto a questa condizione, la pratica milanese è alla cremonese da preferirsi.

§ 106. Vuole la quinta condizione " che col " crescersi l'apertura della bocca, onde avere il " doppio o triplo, ecc., dell'acqua, si possa essere " certissimi di avere ottenuto l'intento. „

Questa condizione non è adempita in niuna delle due pratiche, ma più si avvicina all'adempimento di quella la pratica milanese, che la cremonese.

In ciascuna di queste due pratiche per ottenere da una bocca il doppio, il triplo, ecc., di acqua di un'altra, si raddoppia, si triplica, ecc., la base del rettangolo che forma il modulo, lasciando stare l'altezza, e con ciò si raddoppia, si triplica, ecc. l'area della bocca. Ma nella medesima proporzione non viene a crescere il contorno; e quindi la resistenza, che fanno gli sfregamenti dell'acqua cogli orli del modulo, non

cresce come l'area della bocca; per la qual cosa le bocche più grandi debbono a proporzione dare più acqua delle piccole.

§ 107. Ecco poi perchè questo difetto è maggiore nella pratica cremonese, che nella milanese.

Nella pratica cremonese,

1 Oncia d'acqua ha per contorno 22 once lineari
2 24
3 26
4 28
ecc. ecc.

Così, mentre la bocca cresce di un'oncia di acqua, il perimetro del modulo non cresce che di un undecimo del contorno spettante ad un'oncia di acqua; e di qui ne conseguita, che mentre, per esempio, per ottenere tre once di acqua, si dovrebbe avere un modulo composto di tre aree, eguali ciascuna all'area di un'oncia di acqua, e ciascuna con un contorno eguale a quello della detta area di un'oncia di acqua, cioè tripla area e triplo contorno, si ha nella pratica cremonese invero un'area tripla, ma il contorno è ben lontano dall'esser triplo, giacchè non è che $\frac{2}{11}$ di più del contorno del modulo di una sola oncia.

I Cremonesi hanno riconosciuto questo inconveniente, e perciò hanno prescritto un limite alla

grandezza delle bocche, dichiarando che non potevano farsi maggiori di 24 once; mentre l'area è 24 volte più grande dell'area di un'oncia d'ac- il contorno è poco più che triplo.

§ 108. Nella pratica milanese,

1	Oncia d'acqua ha per contorno	14 once lineari
2	. . . .	20
3	. . . .	26
4	. . . .	32
ecc.		ecc.

Così, mentre la bocca cresce di un'oncia di acqua il perimetro del modulo non cresce del perimetro di un'oncia di acqua, ma di $\frac{3}{7}$ dello stesso; e perciò in questa pratica più si avvicina all'esattezza che nella cremonese, ove cresceva di $\frac{2}{11}$ soltanto.

In una bocca di tre once, la pratica milanese dà un'area tripla ed un perimetro quasi doppio, mentre la cremonese dà, come si è veduto, egualmente un'area tripla, ed un perimetro soltanto due undecimi maggiore del perimetro di una sola oncia.

In una bocca di 24 once la pratica milanese dà un'area 24 volte più grande ed un perimetro circa undici volte più grande, mentre la cremonese dà la stessa area, ma il perimetro poco più che triplo.

§ 109. La mentovata condizione non è pienamente adempita nelle due dette pratiche anco per un'altra ragione, e questa si è il ristringimento della vena. Questo fenomeno, non ancora minutamente conosciuto, serve d'impedimento all'uscita dell'acqua dai fori; e siccome ei proviene in gran parte dalla spinta laterale dell'acqua, la quale con direzioni oblique si affolla lungo le pareti, e ristrigne lo spazio, per cui l'altra posta in faccia al piano, si spinge innanzi per uscire con direzione perpendicolare al medesimo; così questa cagione, cioè la spinta laterale, stende la sua azione ad una certa distanza dai labbri, oltre alla quale non agisce sensibilmente; onde per questo conto è *maggiore la proporzione della parte impedita al tutto nelle luci grandi, che nelle piccole* (Lecchi, *Idrostatica*, pag. 337) (1).

---

(1) Il *Barattieri* nella sua Architettura Idraulica, Part. II, Cap. III, addebita di un errore le bocche d'irrigazione milanesi: questo, secondo lui, si è che le pareti della tromba scoperta sono lontane dagli orli del modulo della stessa quantità, tanto nelle bocche di un'oncia, quanto in quelle di molte once di acqua. Siccome però l'oggetto di un tale allontanamento altro non è che quello d'impedire che l'acqua nell'uscire si attacchi alle pareti, e che perciò la tromba faccia l'uffizio di cannello unito al foro, o come si dice di *tubo ad-*

§ 110. La sesta condizione infine si è " che " tutte le parti dell'edifizio siano per modo sta- " bilite, che nulla resti a determinarsi a norma " di circostanze locali, ed a giudizio di periti. „ Ora di questa condizione gode intieramente la pratica milanese; non così la cremonese, la quale nel collocamento della tromba lascia qualche incertezza (§ 56), giacchè prescrive " che sia col- " locata distante dall'incile trabucchi 4, 5, 6 o " 7, poco più poco meno, secondo che le circo- " stanze dei cavi possono permettere di collo- " carla in retta linea del canale e dell'incile, e " fuori segnatamente dei risvolti dell'alveo. „

§ 111. Resta dunque dimostrato " che dei sei " pregi che debbe avere una bocca d'irrigazione " per dirsi perfettamente architettata, e piena- " mente corrispondente allo scopo per cui è co- " strutta, la pratica milanese e la cremonese " possiedono nella medesima estensione il primo

---

dizionale, così questo è sempre adempito egualmente, tanto nelle bocche grandi, quanto nelle piccole. La dottrina idraulica, ai tempi di questo benemerito architetto, non conosceva questo fatto, che coll'armare un foro di un cannello corto, si aumentava l'uscita dell'acqua. L'esperienza aveva diretto gl'inventori dell'edifizio a praticarvi quell'avvertenza.

" ed il terzo; che il secondo, per quanto s'in-
" contra in tutte e due, pure è un poco mag-
" giore nella pratica milanese; che il quarto pre-
" gio è posseduto in maggiore estensione dalla
" pratica milanese; che il quinto, rigorosamente
" parlando, non è posseduto da nessuna delle due,
" ma il difetto che indi nasce, è molto minore
" nella milanese, che nella cremonese; ,, che in fine anco il sesto pregio s'incontra in maggiore estensione nella pratica milanese.

Dunque la pratica milanese è preferibile alla cremonese. E siccome queste due pratiche sono, come ho detto (§ 101), le migliori che siano in uso in Italia, così la pratica milanese meritando la palma sulla cremonese, viene ad essere risoluta la prima parte del quesito dell'Accademia, cioè:
" Quali tra le pratiche usate in Italia per la di-
" spensa delle acque è la piu convenevole. ,,

QUESTA PRATICA È LA MILANESE.

SEZIONE SECONDA.

SOLUZIONE DELLA SECONDA PARTE DEL PROBLEMA.

CAPO I.

Teorica dell'efflusso dell'acqua dai vasi traversati da diaframmi verticali.

§ 112. La seconda parte del quesito dell'Accademia dimanda: " Quali precauzioni ed artifizj
" dovrebbero aggiungersi alla pratica per la di-
" spensa delle acque correnti, giudicata più con-
" venevole, per intieramente perfezionarla, ridu-
" cendo le antiche alle nuove misure. " Ora avendo noi dimostrato essere la milanese la pratica la più convenevole, a questa applicheremo la dimanda dell'Accademia. Ma per esaminare la questione tanto dal lato della struttura dell'edifizio, quanto da quello della parte dottrinale, che n'è il fondamento, mi è necessario di dare qui in pochi cenni la Teorica degli efflussi dell'acqua dai vasi trammezzati da diaframmi: per altro non lo farò che per ciò che spetta direttamente al mio scopo.

§ 113. Nella parte DB del vaso prismatico ACDB siavi un foro EF (*Fig.* 13), di tale ampiezza, che la sua area sia eguale ad $\frac{1}{25}$ dell'area del supremo livello AB, ed anco se si vuole più piccola. Sia di più tale che tutti i suoi punti possano aversi per egualmente distanti prossimamente dal medesimo supremo livello AB. Il vaso ACDB sia mantenuto costantemente pieno nel mentre che l'acqua liberamente sgorga da EF, e ciò mercè l'affluenza di nuovo fluido che rimpiazza il sortito. In tale stato di cose, chiamando θ un tempo conosciuto, nel quale un corpo liberamente cadendo nel vôto, e cominciando dalla quiete, percorre un'altezza parimente conosciuta h, e chiamando α l'altezza EB dell'acqua sul foro EF, o la profondità sotto il livello AB alla quale è situato il foro medesimo, gli autori dell'idraulica stabiliscono che se nello sgorgare dell'acqua non vi fosse la così detta *contrazione della vena*, nè altri ostacoli che ne ritardassero il discorrimento, la velocità dell'acqua nell'uscire dal foro sarebbe $\frac{2\sqrt{h}}{\theta}\sqrt{\alpha}$, quella cioè che un corpo grave acquisterebbe cadendo liberamente nel vôto dall'altezza α: e di qui ne conseguita che, chiamando a l'area del foro EF; T il tempo pel quale dura

si riduca questa formola a rappresentare la quantità di acqua effettiva; sia m' una simile frazione colla quale nel modo stesso si possa avere la quantità di acqua effettiva che passa per EH: le due quantità m, m' debbono essere date dalle sperienze.

Ciò posto, sarà $\frac{2aT}{\theta} m\sqrt{h\alpha}$ la quantità di acqua che nel tempo T esce dal foro FG, e sarà $\frac{2bT}{\theta} m'\sqrt{h(\beta-\alpha)}$ la quantità di acqua che passa da EH, e va nel secondo scompartimento a rimpiazzare quella che è andata via dal foro FG, onde non si abbassi il livello CD. Avremo pertanto l'equazione

$$\frac{2aT}{\theta} m\sqrt{h\alpha} = \frac{2bT}{\theta} m'\sqrt{(\beta-\alpha)},$$

la quale si riduce a quest' altra

$$a^2m^2\alpha = b^2m'^2(\beta-\alpha).$$

E questa è l'equazione, la quale contiene la relazione tra le altezze α, β e le aree a, b, in virtù della quale, date tre di queste quantità, si può subito trovare la quarta.

§ 116. Corollario I. La trovata equazione ci dà $\alpha : \beta - \alpha :: m'^2b^2 : m^2a^2$, e se fosse $m' = m$ si avrebbe $\alpha : \beta - \alpha :: b^2 : a^2$, cioè le altezze vive

dell'acqua su i fori in ragione inversa dei quadrati delle aree dei fori medesimi.

§ 117. Corollario II. Supponendo che il livello dell'acqua AB si alzi della quantità $\Delta\beta$, si alzerà anco il livello CD di una quantità $\Delta\alpha$, e si avrà $a^2m^2\Delta\alpha = m'^2b^2(\Delta\beta - \Delta\alpha)$, e quindi

$\Delta\alpha = \frac{m'^2b^2}{m^2a^2 + m'^2b^2}\Delta\beta$; sarà dunque $\Delta\alpha$ sempre minore di $\Delta\beta$, e tanto minore quanto m'^2b^2 è minore di $m^2a^2 + m'^2b^2$.

§ 118. Corollario III. L'equazione $a^2m^2\alpha = b^2m'^2(\beta - \alpha)$ ci dà

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{m'^2b^2}{m^2a + m'^2b^2}$; ma abbiamo trovato

$\Delta\alpha = \frac{m'^2b^2}{m^2a^2 + m'^2b^2}\Delta\beta$; dunque $\Delta\alpha = \frac{\alpha}{\beta}\Delta\beta$, dalla quale si ricava $\Delta\alpha : \Delta\beta :: \alpha : \beta$; cioè questo nuovo Teorema = gli aumenti delle altezze dei due livelli sono proporzionali alle stesse altezze, qualunque sia la relazione tra le grandezze dei fori.

PROBLEMA SECONDO.

§ 119. Tutto supposto come nel Problema precedente, ma il vaso AQ (*Fig.* 14) sia scompartito in tre camere per mezzo di due diaframmi

BH, DG, nei quali siano i fori EH, FG. L'acqua passi dalla prima camera nella seconda pel foro EH; dalla seconda nella terza pel foro FG, ed esca dal vaso pel foro PQ. Mantenuta l'acqua nella prima camera al livello costante AB, nelle altre due camere siasi il fluido stabilito ai due livelli CD, NO: cercansi le relazioni fra le altezze dei detti livelli su i fondi dei vasi, e le aree dei fori EH, FG, PQ.

SOLUZIONE.

Sia BH $=\beta$; DG $=\alpha$; OQ $=\partial$; l'area del foro EH $=b$; quella del foro FG $=a$; quella del foro PQ $=c$.; m, m' indichino la medesima cosa, come nel Problema precedente, le cercate relazioni saranno date da queste due equazioni

$$cm\sqrt{\partial}=am'\sqrt{(\alpha-\partial)},$$
$$cm\sqrt{\partial}=bm'\sqrt{(\beta-\alpha)},$$ dalle quali
$$a\sqrt{(\alpha-\partial)}=b\sqrt{(\beta-\alpha)}.$$

§ 120. Corollario I. Supponendo che il livello AB dell'acqua si alzi nella prima camera di una quantità $\Delta\beta$, e che per conseguenza gli altri due livelli si alzino delle quantità $\Delta\alpha$, $\Delta\partial$, dalle trovate equazioni facilmente si ricaveranno i valori di questi due alzamenti dati per mezzo di

$\Delta\beta$. Quadrando infatti la prima e la terza di quelle equazioni, e prendendone le differenze finite nel supposto che ∂, α, β divengano

$$\partial+\Delta\partial,\ \alpha\ \Delta+\alpha,\ \beta+\Delta\beta \text{ si ha}$$

$$c^2m^2\Delta\partial=(\Delta\alpha-\Delta\partial)\,a^2m'^2;$$

$$a^2(\Delta\alpha-\Delta\partial)=b^2(\Delta\beta-\Delta\alpha);$$

E queste due equazioni, maneggiate a dovere, ci danno

$$(c^2m^2+a^2m'^2)\Delta\partial=a^2m'^2\Delta\alpha,$$

$$(a^2+b^2)\Delta\alpha=b^2\Delta\beta+a^2\Delta\partial,$$

$$(a^2+b^2)\Delta\alpha=b^2\Delta\beta+\frac{a^2\,.\,a^2m'^2}{c^2m^2+a^2m'^2}\Delta\alpha,$$

$$\Delta\alpha=\frac{(c^2m^2+a^2m'^2)b^2}{(a^2+b^2)(c^2m^2+a^2m'^2)-a^2\,.\,a^2m'^2}\Delta\beta,$$

$$\frac{(a^2+b^2)(c^2m^2+a^2m'^2)}{a^2m'^2}\Delta\partial=b^2\Delta\beta+a^2\Delta\partial,$$

$$\Delta\partial=\frac{b^2a^2m'^2}{(a^2+b^2)(c^2m^2+a^2m'^2)-a^2\,.\,a^2m'^2}\Delta\beta,$$

$$\Delta\partial=\Delta\alpha\frac{a^2m'^2}{c^2m^2+a^2m'^2}.$$

§ 121. Corollario II. Dalle equazioni

$$c^2m^2\partial=a^2m'^2(\alpha-\partial),\ a^2(\alpha-\partial)=b^2(\beta-\alpha)$$

si ricava

$$\frac{\partial}{\beta}=\frac{b^2a^2m'^2}{(a^2+b^2)(c^2m^2+a^2m'^2)-a^2\,.\,a^2m'^2},$$

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{(c^2m^2+a^2m^2)b^2}{(a^2+b^2)(c^2m^2+a^2m'^2)-a^2\,.\,a^2m'^2};$$

si avrà dunque $\Delta\delta = \frac{\delta}{\beta}\Delta\beta$, $\Delta\alpha = \frac{\alpha}{\beta}\Delta\beta$, e quindi $\Delta\delta = \frac{\delta}{\alpha}\Delta\alpha$.

Queste equazioni dichiarano che gl'incrementi delle altezze dei livelli sono proporzionali alle altezze medesime.

§ 122. Corollario III. Dunque, essendo date le altezze dei livelli δ, β dell'acqua sul foro PQ e sul foro EH, e dato l'incremento $\Delta\beta$ dell'altezza β, si avrà lo stesso valore per l'incremento $\Delta\delta$ tanto che il vaso sia diviso in due camere per mezzo di un sol diaframma, quanto che sia diviso in tre per mezzo di due diaframmi.

Si dimostrerebbe lo stesso per qualunque numero di diaframmi. È questo un altro Teorema nuovo, del quale faremo uso tra poco.

PROBLEMA TERZO.

§ 123. L'apertura EF per cui ha da uscire il fluido dal vaso AD (*Fig.* 13), sia rettangolare, e la base del rettangolo paralella all'orizzonte; sia di più tale l'altezza che non possa essere negletta a fronte dell'altezza EB: in tale ipotesi cercasi l'espressione della quantità di acqua, che in un dato tempo T uscirà dal foro EF.

SOLUZIONE.

Prendendo la regola, da tutti gli autori d'idraulica adottata, che per calcolare la quantità di acqua che sgorga da un'apertura di grandezza finita, si ha da riguardare questa apertura medesima come divisa in porzioni infinitamente piccole, e fatto il calcolo per ciascuna di queste, prendere la somma di tutte le quantità di acqua che ad esse appartengono, io procederò in questa guisa.

Sia il rettangolo diviso in altrettanti infinitamente piccioli rettangoli con le basi eguali e paralelle a quella del rettangolo, e con le altezze infinitamente piccole. Uno di questi rettangoli sia distante dal supremo livello della quantità x, ed abbia per altezza dx; per ciò che si è detto al § 114 se la base del foro rettangolare è rappresentata da K, l'area di questo rettangolo infinitesimo sarà Kdx, e la quantità di acqua che indi ne sgorga $\frac{2KT}{\theta}m\sqrt{h}.\sqrt{x}.dx$, ove m significa la stessa cosa che nei Problemi precedenti; sarà dunque tutta l'acqua che dal foro rettangolare sgorga $Q = \frac{2KT}{\theta}m\sqrt{h}.\int dx\sqrt{x}+C$, indi-

candocon Q questa quantità d'acqua, e con C la costante arbitraria portata dalla integrazione. Questa costante poi va determinata per modo che, fatta l'altezza BF $=\beta$, e l'altezza del foro rettangolare EF $=b$, abbiasi Q $=$ o quando $x=\beta-b$, l'integrale si ha da estendere da $x=\beta-b$ sino ad $=x\,\beta$. Con queste condizioni si ha

$$Q=\frac{2KT}{\theta}m\sqrt{h}\,.\,\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+C,$$

$$C=-\frac{2KT}{\theta}m\sqrt{h}\,.\,\frac{2}{3}(\beta-b)^{\frac{3}{2}},$$

$$Q=\frac{4KT}{3\theta}m\sqrt{h}\,.\,\left\{\beta^{\frac{3}{2}}-(\beta-b)^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

E questa è l'espressione della quantità di acqua, la quale nel tempo T uscirà dal foro rettangolare EF.

PROBLEMA QUARTO.

§ 124. Fatto il foro FG come nel Problema precedente di grandezza finita, e nel resto poste le cose come nel Problema I, cercasi la relazione tra le altezze DG, BH e le aree dei fori.

SOLUZIONE.

Sia DG $=\alpha$; BH $=\beta$; la base del foro rettangolare FG $=$ K; la sua altezza $=a$; l'area

del foro EH $= b$. La quantità di acqua che passa dal foro EH è $\frac{2bT}{\theta} m' \sqrt{h(\beta - \alpha)}$; la quantità di acqua che esce dal foro FG sarà pel Problema precedente $\frac{4KT}{3\theta} m \sqrt{h} . \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}$: dunque avremo l'equazione

$$\frac{2bT}{\theta} m' \sqrt{h(\beta - \alpha)} = \frac{4KT}{3\theta} m \sqrt{h} . \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}:$$

ovvero $b \sqrt{(\beta - \alpha)} = \frac{2mK}{3m'} . \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}$:

nella quale starà la cercata relazione.

§ 125. Corollario I. La superiore equazione, quadrata che sia, diviene

$$b^2 (\beta - \alpha) = \left(\frac{2mK}{3m'} \right)^2 \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2.$$

Ora rappresentiamo il secondo membro per $\phi(\alpha)$, cioè per mezzo del segno d'una funzione di α, ed indicando al solito con Δ le differenze finite, prendiamo la differenza finita di quella equazione, avremo da essa

$$\Delta\beta = \Delta\alpha + \frac{1}{b^2} \Delta\phi(\alpha), \text{ essendo}$$

$$\Delta\phi(\alpha) = \left(\frac{2mK}{3m'} \right)^2 . \left\{ (\alpha + \Delta\alpha)^{\frac{3}{2}} - (\alpha + \Delta\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2 - \left(\frac{2mK}{3m} \right)^2 \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2.$$

In questa equazione consiste la relazione tra gli alzamenti di livello $\Delta\beta$, $\Delta\alpha$, e ci mostra

che $\Delta\alpha$ è sempre minore di $\Delta\beta$, giacchè la differenza di $\varphi(\alpha)$ è sempre positiva.

§ 126. Corollario II. L'equazione $b^2(\beta-\alpha)=\varphi(\alpha)$ ci dà $b^2=\frac{\varphi(\alpha)}{\beta-\alpha}$. Sostituendo ora questo valore di b^2 nell'equazione $\Delta\beta=\Delta\alpha+\frac{1}{b^2}\Delta\varphi(\alpha)$ si avrà $\Delta\beta=\Delta\alpha+\frac{(\beta-\alpha)\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}$ nella quale relazione tra $\Delta\beta$ e $\Delta\alpha$ non entra più b^2.

PROBLEMA QUINTO.

§ 127. Supponendo che l'altezza PQ del foro non sia trascurabile a fronte dell'altezza OQ del livello NQ, che il foro sia rettangolare, e nel resto, stando le cose come è detto nel Problema II, cercansi le relazioni tra le altezze BH, DG, OQ, e le aree dei fori PQ, FG, EH.

SOLUZIONE.

Sia $BH=\delta$; $DG=\beta$; $OQ=\alpha$; sia l'area del foro $EH=c$; quella del foro $FG=b$; l'altezza del foro $PQ=a$; la sua larghezza $=K$. Le cercate relazioni saranno contenute in queste equazioni

$$c\sqrt{(\delta-\beta)}=b\sqrt{(\beta-\alpha)},$$

$$b\sqrt{(\beta-\alpha)}=\frac{2mK}{3m'}\left\{a^{\frac{3}{2}}-(a-\alpha)\right\}^{\frac{3}{2}}.$$

§ 128. COROLLARIO III. Dalla prima di queste equazioni si ricava $c^2(\delta-\beta)=b^2(\beta-\alpha)$, e prendendone la differenza finita si ha $c^2(\Delta\delta-\Delta\beta)=b^2(\Delta\beta-\Delta\alpha)$, $\frac{c^2}{b^2}.(\Delta\delta-\Delta\beta)=\Delta\beta-\Delta\alpha$: ma dalla stessa equazione si ricava $\frac{c^2}{b^2}=\frac{\beta-\alpha}{\delta-\beta}$, dunque $(\beta-\alpha)(\Delta\delta-\Delta\beta)=(\delta-\beta)(\Delta\beta-\Delta\alpha)$; e di qui $\Delta\beta=\frac{(\beta-\alpha)\Delta\delta+(\delta-\beta)\Delta\alpha}{\delta-\alpha}$.

Ora il Corollario II del Problema precedente ci dà $\Delta\beta=\Delta\alpha\frac{(\beta-\alpha)\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}$, dunque

$$\frac{(\beta-\alpha)\Delta\delta+(\delta-\beta)\Delta\alpha}{\delta-\alpha}=\Delta\alpha+\frac{(\beta-\alpha)\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)},$$

da cui si ricava $\Delta\delta=\Delta\alpha+\frac{(\delta-\alpha)\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}$.

Se nel vaso non vi fosse stato il diaframma DF, ma restando l'acqua nella prima camera all'altezza HB, l'apertura EH fosse stata tale da far sì che il fluido si fosse mantenuto egualmente al livello NO sul foro PQ, allora indicando, come si è fatto qui sopra, con $\Delta\delta$, $\Delta\alpha$ i due alzamenti dei livelli AB, NO avremmo ottenuto

la stessa equazione $\Delta\delta = \Delta\alpha + \frac{(\delta - \alpha)\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}$,
che trovata abbiamo per il caso di tre diaframmi: di qui dunque ne concluderemo, che, data l'apertura PQ, l'altezza OQ del livello ON, e l'altezza HB del livello AB, si ha la medesima relazione tra gl' incrementi delle altezze dei due livelli AB, ON, tanto se vi è il solo diaframma BH, quanto se ve ne sono due. Lo stesso si dimostrerebbe per un maggior numero di diaframmi; è questa una bella proprietà dello sgorgo dell'acqua dai vasi traversati dai diaframmi verticali. Anzi è lo stesso Teorema del § 122; il quale è dunque vero tanto pel caso dei fori piccolissimi, quanto per quei di grandezza finita.

CAPO II.

Ulteriore esame della Pratica milanese, desunto dall'esposta Teorica.

§ 129. Data la teorica del fluire dell'acqua dai vasi mantenuti costantemente pieni e traversati da diaframmi verticali, torniamo a considerare la pratica milanese per la dispensa delle acque.

Abbiamo detto al § 62, che " per oncia ma-
" gistrale di acqua s' intende quella quantità di
" acqua che entra per pura pressione dell' acqua
" soprastante alla soglia in una bocca rettango-
" lare, la quale abbia tre once del braccio di
" Milano per base, e quattro per altezza; e che
" abbia due once d'acqua di battente. „

Di più questa bocca è scolpita in un lastrone della grossezza di quattro delle stesse once (§ 64).

Il padre *De Regi* nel suo libro intitolato *Uso della tavola parabolica per le bocche d'irrigazione*, a pagina 68, edizione di Milano del 1804, riferisce uno sperimento da esso lui fatto, col quale ha mostrato che l'oncia magistrale di acqua di Milano dà in un minuto primo circa 32 brente di acqua, e la brenta è metri cubi 0,075554 (1). Questo autore avverte di più che la bocca era un pochino minore della vera; dal che con tutta ragione si può inferire che se fosse stata giusta, egli avrebbe ottenuto un po' d'acqua di più.

§ 130. Ora cerchiamo col calcolo, quanto debbe dare un foro compagno ad una bocca di

(1) Si veda l'operetta *Istruzioni sulle misure e sui pesi*: Milano, 1801, dalla quale abbiamo anco ricavato la maggior parte degli altri rapporti delle misure citate in questa Memoria, col metro.

un'oncia di acqua, e posto nelle circostanze di questa.

Chiamando Q siffatta quantità di acqua, in virtù del problema III si ha

$$Q=\frac{4KT}{3\theta}m\sqrt{h}.\left\{\beta^{\frac{3}{2}}-(\beta-b)^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

Per calcolare questa formola, conviene prima assegnare i valori di θ, h ed m. Le sperienze avendo mostrato che un grave scendendo liberamente dalla quiete percorre in un secondo un'altezza di metri 4,9044, avremo $\theta=1''$; $h=4,9044$; $\sqrt{h}=2,215$; il più difficile è avere il valore di m, il quale dovrebbe essere dato dalle sperienze.

Per questo osservo che se il foro fosse scolpito in lastra sottile (§ 114) sarebbe $m=\frac{20}{32}$: se fosse armato d'un cannello lungo due diametri circa sarebbe $m=\frac{26}{32}$. Ora nel nostro caso nel quale il foro essendo scolpito in una lastra di quattro once di grossezza, è come se fosse accompagnato da un canale lungo 4 once, e quindi non si verifica nè il primo nè il secondo caso, ma un caso che tiene all'incirca il mezzo tra questi due: faremo dunque $m=\frac{23}{32}$.

§ 131. Per le altre quantità che entrano nella formola, esse hanno le seguenti dimensioni in parti del metro:

Essendo la dodicesima parte del braccio, cioè, l'oncia milanese, eguale a metri 0,0496, sarà nel nostro caso $K = 0,1488$; $\beta = 0,2976$; $b = 0,1984$; $\beta - b = 0,0992$; e perciò

$$Q = \frac{4 . 0,1488 . 60''}{3 . 1''} . \frac{23}{32} . 2,215 . \left\{ 0,2976^{\frac{3}{2}} - 0,0992^{\frac{3}{2}} \right\};$$

$$Q = \frac{23 . 1,488 . 2,215}{4} \left\{ 0,16235 - 0,03124 \right\},$$

$$Q = 23 . 0,372 . 2,215 . 0,13111;$$

$Q = 2,4847$; e questa è la quantità di acqua che, giusta il calcolo, debbe sgorgare in un minuto primo da una bocca di un'oncia. Se questa si valuterà a brente, troveremo $Q = 32,8$ come darebbe lo sperimento del padre *De-Regi* summentovato.

§ 132. Riguardo a questa materia nell'opuscolo citato qui sopra al § 70, dal sig. *Bernardino Ferrari* sono registrati alcuni sperimenti. Ecco come egli si esprime = Sciegliemmo dunque una bocca, la quale non soggiacesse ad alcuno inconveniente, e fosse esatta nella sua costruzione, e libera del tutto nella sortita, e questa fu quella chiamata *Bocchello Molinari*, situata vicino a *Corsico*, ed ivi essendo andati il giorno 17 dicembre del 1778, feci abbassare la porta del tutto, cosicchè non passasse acqua da nessuna parte, e marcai con un segno dove arrivava

la sommità della porta in quella posizione. (Questa porta è la cateratta posta nella sponda del canale: vedasene la descrizione al § 63).

Sperimento I. Indi feci alzare la porta finchè l'acqua posteriormente alla medesima si tenesse all'altezza di 14 once, che è come si dice mettere la bocca a battente, e poi misurai quanto per ciò si fosse alzata la porta, e la trovai alzata once due.

Sperimento II. Feci di nuovo alzare la porta finchè l'acqua posteriormente alla cateratta fosse alta once 15, la bocca cioè avesse tre once di battente, e trovai la porta alzata once due e punti due. Misurata poi l'altezza dell'acqua del Naviglio sulla soglia della bocca, la trovai once 25 e punti 9.

§ 133. Ora supponendo che questa bocca fosse quella di un'oncia magistrale di acqua, l'acqua sgorgata per essa in un minuto primo abbiamo trovato essere metri cubi 2,4847; altrettanta quantità di acqua, adunque dovrà passare in quel tempo al disotto della cateratta, o porta che si voglia dire. La formola della quantità di acqua che passa per disotto la cateratta è (§ 115)

$\frac{2bT}{9} m' \sqrt{h} (\beta - \alpha)$, ove b rappresenta l'area

dell'apertura che è al disotto la medesima cateratta. Quest'apertura essendo rettangolare, e la base essendo tre once, cioè metri 0,1488. Se noi ne rappresentiamo per a l'altezza, cioè la quantità di cui si è alzata la cateratta, e se in vece di θ, T, $\sqrt{h}$ poniamo i rispettivi loro valori 1″, 60″, 2,215, avremo quella quantità di acqua rappresentata da $2 . 0{,}1488 . a . 60 . m' . 2{,}215\sqrt{(\beta - \alpha)}$, e dovrà essere eguale a metri cubi 2,4847. Sarà dunque $a = \frac{2{,}4847}{2 . 0{,}1488 . 60 . 2{,}215 . m\sqrt{(\beta - \alpha)}}$.

Ma β essendo 25 once e 9 punti, ed α once 14, sarà $\beta - \alpha$ once 11,9, cioè metri 0,582543. Resterà ad assegnarsi il valore ad m': ora l'acqua al passare di sotto la cateratta sboccando in altra acqua, la colonna fluida del getto viene dall'acqua circumambiente a sofferirire un ostacolo nel restringimento della vena all'incirca, come lo soffrirebbe se l'apertura armata fosse del così detto tubo o canale addizionale; per questo io (§ 114) supporrò $m' = \frac{13}{16}$; avrò allora $a = \frac{2{,}4847 . 16}{2 . 0{,}1488 . 60 . 2{,}215 . 13 . \sqrt{0{,}582543}}$.

Fatto il computo si trova $a = 0{,}1004$; l'esperimento primo dà $a = 0{,}992$, e la differenza non è di un millimetro, quantità assolutamente tra-

scurabile in questi maneggi. Infatti chi potrebbe rispondere, che nella misura dell'alzamento di quella porta non non vi sia stato lo sbaglio della grossezza di una capocchia di spillo?

§ 134. Nel secondo sperimento il battente era tre once, cioè metri 0,1488. Ora la quantità di acqua che sgorga dalla bocca, quando essa ha due once di battente, cioè 0,0992, sta alla quantità di acqua che da essa sgorga, quando il battente è 0,1488 come $\left\{ 0,2976^{\frac{3}{2}} - 0,0992^{\frac{3}{2}} \right\}$ ad $\left\{ 0,3474^{\frac{3}{2}} - 0,1488^{\frac{3}{2}} \right\}$; cioè come 0,13111 : 0,1443 : : 1 : 1, 1 prossimamente; dunque la quantità di acqua, che sgorgherà dalla bocca nel secondo sperimento sarà d'un decimo maggiore di quella che sgorgava nel primo; ma nel primo ne sgorgava metri cubi 2,4847; dunque nel secondo ne sgorgherà 2,7331.

Per avere ora il valore di a in questo secondo caso, per avere, cioè, di quanto la porta debbe essersi innalzata, osservo che $\beta - \alpha$ è 10 once e 9 punti, cioè metri 0,5335; abbiamo dunque $a = \frac{2,7331 \,.\, 16}{2 \,.\, 0,1488 \,.\, 60 \,.\, 2,215 \,.\, 13 \,.\, \sqrt{0,5335}}$; e fatto il calcolo $a = 0,115$; l'esperimento secondo dà l'alzamento della cateratta eguale a due once e due

punti, cioè metri 0,107; la differenza dunque è 8 millimetri, la quale non è così piccola come quella del primo esperimento, ma non è assolutamente al di là di quei limiti, nei quali si può sperare che stia ristretta, nelle cose idrauliche, la corrispondenza tra la teorica e la pratica.

§ 135. Nell'edifizio delle bocche d'irrigazione milanesi, cercò di rilevare alcuni errori il celebre padre *Frisi*, tra i quali il principale era, secondo lui, che non dall'altezza dell'acqua sulla soglia del modulo, o, come si dice, del battente dell'acqua alla bocca, desumer si dovea la pressione che faceva sgorgare il fluido, ma dall'altezza dell'acqua nel Naviglio sulla soglia della bocca medesima. E per vero dire, se da questo elemento avesse dovuto stimarsi quella pressione, l'edifizio sarebbe stato difettosissimo; poichè le bocche avrebbero tutte dato diverse quantità di acqua secondo la loro diversa posizione sotto il pel d'acqua del Naviglio, e quindi sarebbe loro mancato il pregio più importante; ma tanto l'ingegnere *Bernardino Ferrari*, nel sopraccitato (§ 70) opuscolo, quanto il padre *Bartolomeo Ferrari*, di lui fratello e benemerito scrittore di cose di acque, nel tomo primo delle sue Dissertazioni Idrauliche, stampate a Milano nel 1793 a pag. 76,

quanto anco il celebre *Lorgna*, nel quinto tomo della Italiana Società, hanno dimostrato gli equivoci presi dal sullodato padre *Frisi*, i quali specialmente nascono dal non avere egli ben conosciuta la costruzione d' un tale edifizio. Io rimando i Lettori a quelle opere, ed intanto faccio osservare, che i confronti che ho fatto qui sopra tra i calcoli e gli esperimenti, gli ho istituiti a bella posta per mostrare ancor io per un'altra via l'abbaglio preso dal *Frisi*. Supponendo che all'uscita dell'acqua dalla bocca non abbia che fare altro che il suo battente (come infatti è), ho fatto vedere che l'altezza a cui si ha da portare sulla soglia la cateratta, è appunto quella che gli esperimenti dichiarano essere veramente.

§ 136. Che se poi sembrasse a qualcuno che nelle applicazioni delle dottrine fatte qui sopra, ci fossero delle cose non intieramente provate (e questi sono i valori da noi assegnati alle quantità m, m') noi glielo accorderemmo, ma gli faremo osservare che nello stato attuale della scienza non si poteva fare diversamente. Avrebbe abbisognato fare una serie di sperienze nuove, per dar perfezionamento alle dottrine del discorrere dell'acque dai vasi, ma queste non possono risguardarsi come formanti parte del quesito proposto dall'Accademia.

§ 137. L'uffizio della cateratta, la quale nell'edifizio delle bocche d'irrigazione milanesi sta nella sponda del canale dispensatore, quello si è, come abbiamo detto (§ 64), di mantenere alla bocca lo stesso battente. Si alza l'acqua nel canale? cresce anco il battente: ma se voi allora deprimete a poco a poco la cateratta, portate il battente al suo segno delle due once: si abbassa l'acqua nel canale? scema pure il battente, ma col sollevare la cateratta si porta il battente al suo segno. Ora parrebbe che ad ogni picciola variazione del livello nel canale dispensatore, fosse necessario il custode ad aggiustare il battente, ma in pratica non è così.

§ 138. Primieramente è fissato il massimo alzamento da darsi alla cateratta sulla soglia, e questo è quello, il quale, quando le acque nel canale dispensatore sono al più basso livello, porta alla bocca il giusto battente delle due once; e la cateratta è fatta per modo che non può alzarsi di più. In questa guisa i privati sono sicuri di poter aver sempre la quantità di acqua che loro compete, nè possono averne di più quando l'acquedotto è povero di acque. Crescendo poi il livello dell'acqua nel canale dispensatore, crescerà, come abbiamo detto, anco il battente, e

senza abbassare subito la cateratta, si può in questa pratica stabilire un comporto, mercè del quale non si abbia a toccare, per esempio, la cateratta finchè il battente non è cresciuto di mezz'oncia: le bocche in vece estrarranno allora una brenta e mezzo incirca di più di acqua per oncia magistrale, come si può provare facendo il computo (§ 131); ma ciò succederà quando il canale è ricco: e se si vuole si potrà anco rendere minore questo comporto. Nè fissato il comporto di mezza oncia al battente, ne segue che ogni mezz'oncia che si alzi il livello dell'acqua nel canale dispensatore abbia il custode a regolare la cateratta. Noi abbiamo dimostrato al § 125, che gli aumenti del battente sono sempre minori degli alzamenti del livello nel canale.

§ 139. Supponendo che nel Naviglio l'acqua si trovi sulla soglia della cateratta all'altezza di due braccia, cioè metri 1,1896, vediamo quanto l'altezza di mezz'oncia nel battente, porta dell'alzamento nel livello del canale. Indicato per $\Delta\beta$ l'alzamento di questo livello, per $\Delta\alpha$ quello del battente, cerchiamo quanto è $\Delta\beta$, quando $\Delta\alpha = 0,0248$. La formola § 128 è

$\Delta\beta = \Delta\alpha + \frac{(\beta-\alpha).\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}$, ove $\beta-\alpha$ è la diffe-

renza tra l'altezza 24 once dell'acqua sulla soglia della cateratta nel Naviglio, e l'altezza 14 dell'acqua dietro la cateratta (la quale acqua dà il battente di due once alla bocca) sulla medesima soglia: è dunque $\beta - \alpha$ once dieci, cioè metri 0,4958. Il valore poi di α, che sotto il segno ϕ della funzione $\phi(\alpha)$, è l'altezza dell'acqua sul labbro inferiore della bocca, è, cioè once 6 ovvero metri 0,2976; è infine

$$\frac{\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)} = \frac{\varphi(\alpha+\Delta\alpha)-\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)} = \frac{\varphi(\alpha+\Delta\alpha)}{\varphi(\alpha)} - 1;$$

$$\phi(\alpha) = \left(\frac{2mK}{3m'}\right)^2 \left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2;$$

$$\phi(\alpha+\Delta\alpha) = \left(\frac{2mK}{3m'}\right)^2 \left\{ (\alpha+\Delta\alpha)^{\frac{3}{2}} - (\alpha+\Delta\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2;$$

$$\frac{\Delta\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)} = \frac{\left\{ (\alpha+\Delta\alpha)^{\frac{3}{2}} - (\alpha+\Delta\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2}{\left\{ \alpha^{\frac{3}{2}} - (\alpha - a)^{\frac{3}{2}} \right\}^2} - 1;$$

$$\alpha - a = 0{,}0992;$$

ora sostituendo alle lettere i numeri si avrà

$$\Delta\beta = 0{,}0248 + \frac{0{,}4958 \left\{ 0{,}3224^{\frac{3}{2}} - 0{,}124^{\frac{3}{2}} \right\}^2}{\left\{ 0{,}2976^{\frac{3}{2}} - 0{,}0992^{\frac{3}{2}} \right\}^2} - 0{,}4958;$$

$$\Delta\beta = 0{,}0248 + 0{,}4958 \left\{ \frac{0{,}1395^2}{0{,}1311^2} - 1 \right\};$$

$$\Delta\beta = 0{,}0248 + 0{,}4958\,(1{,}131 - 1),$$

$$\Delta\beta = 0{,}0248 + 0{,}4958 \cdot 0{,}131 = 0{,}0895.$$

Dunque l'alzamento di mezz'oncia nel battente sarà prodotto da un alzamento circa quadruplo nel livello del canale dispensatore; dunque, posto che l'acqua sia nel canale dispensatore alle due braccia, quando anco il custode non abbassasse la cateratta per aggiustare il battente, che ad ogni alzamento di due once di livello, le bocche d'estrazione non verrebbero ad avere di più, se non la quantità di acqua che porta l'aumento di mezz'oncia nel battente.

§ 140. Ora se l'edifizio delle bocche d'irrigazione, assomigliandosi (§ 95) ad un vaso diviso da un diaframma, ha questo singolare pregio che, per esempio, un alzamento di livello dell'acqua nel Naviglio, non porta che la quarta parte dell'alzamento medesimo nel battente, potrebbe credere taluno, che facendo l'edifizio come un vaso spartito da due diaframmi, si rendesse questo migliore, in quanto che quell'alzamento di livello ne producesse sempre una più piccola nel battente: ma chi così pensasse s'ingannerebbe, imperciocchè abbiamo dimostrato al § 128 che il rapporto tra i due alzamenti, tra quello, cioè, del livello dell'acqua che si appoggia al primo diaframma, e quello del livello dell'acqua sul foro, per cui essa esce dal vaso, è lo stesso qua-

lunque sia il numero dei diaframmi: così niuno perfezionamento riceverebbe la pratica milanese, se tra la cateratta nella sponda dell'acquedotto dispensatore, ed il modulo della bocca vi fosse un'altra cateratta.

A questa conseguenza non avrei potuto pervenire senza dare, come ho fatto, la Teorica dell'uscita dell'acqua dai vasi traversati da diaframmi verticali, nella quale dottrina credo di essere andato un po' più lungi del *Bernoulli*, del *Bossut*, e degli altri.

CAPO III.

Precauzioni ed artifizj da aggiungersi alla Pratica milanese.

§ 141. Al § 106 abbiamo detto che le bocche d'irrigazione non aumentando l'area loro in proporzione del perimetro, doveano le bocche di maggior portata dare, a confronto di quelle di minore, una più gran copia di acqua, giusto appunto perchè il fluido nello sboccare da loro soffre a proporzione minore resistenza in esse per parte dello sfregamento col contorno, che nelle più piccole.

Questa stessa verità, annunziata da tutti gli scrittori d'Idraulica, *Castelli*, *Guglielmini*, *Poleni*, ecc., è stata dal benemerito geometra signor *Bossut* confermata con accurate esperienze: questi (1) così si esprime: " L'attrito del contorno " è cagione che, tra molte aperture simili sotto " una medesima altezza di acqua della vasca, " le piccole danno meno in proporzione che le " grandi; e tra molte aperture d'egual superfi- " cie, quella il cui contorno minore, deve per " causa dall'attrito dare più acqua che le altre, " caricate tutte della medesima altezza di acqua " nella vasca. ,,

§ 142. A rendere dunque perfetta la pratica milanese sarebbe necessario toglierle questo difetto: prima però di dire qualche cosa a tal proposito, esaminiamolo in guisa da rilevare a quanto ascende il danno che ei porta, giacchè se a piccola cosa si riducesse, poco importerebbe lasciare la pratica come è attualmente. Per riuscire nell' intento mi è necessario di riferire dieci sperienze fatte dal sullodato *Bossut*, e registrate nell'opera citata, al luogo parimente citato.

(1) Traité d'Hydrodynamique, tom. II, pag. 37.

Le sperienze hanno durato ciascuna un minuto primo. L'acqua sgorgata è valutata in pollici cubici.

		Poll. cub.
	Altezza costante dell'acqua sul foro = 11 piedi, 8 pollici, 10 linee.	
1	Foro circolare di 6 linee di diametro.	2311
2	Foro circolare di un poll. di diametro.	9281
3	Foro circolare di 2 pollici di diametro.	37203
4	Foro rettangolare, un pollice di base, 3 linee d'altezza.	2933
5	Foro quadrato di un pollice di lato.	11817
6	Foro quadrato di due pollici di lato.	47361
	Altezza costante dell'acqua sul foro 9 piedi.	
7	Foro circolare di 6 linee di diametro.	2018
8	Foro circolare di un poll. di diametro.	8135
	Altezza costante dell'acqua sul foro 4 piedi.	
9	Foro circolare di 6 linee di diametro.	1353
10	Foro circolare di un poll. di diametro.	5436

§ 143. Confrontiamo gli sperimenti 1.° e 2.° Nel secondo il foro ha un'area quadrupla, ed un perimetro doppio. Il numero 2311, appartenente al 1.° sperimento, quadruplicato dà 9244, e sta al numero 9281, appartenente al secondo sperimento, come 1 : 1,004; dunque il secondo foro, avendo quadrupla superficie, ma non quadruplo contorno, e soltanto doppio, ha dato una quantità d'acqua maggiore di $\frac{4}{1000}$ di quella, che avrebbe

dato con quadruplo contorno. Nel medesimo modo confrontati gli altri sperimenti si trova:

" Che il foro dello sperimento 3.°, il quale ha area quadrupla, ma soltanto doppio contorno rispetto al foro dello sperimento secondo, porta $\frac{2}{1000}$ di più di ciò che porterebbe col contorno quadruplo;

" Che il foro dello sperimento 8.°, il quale ha area quadrupla, ma soltanto doppio contorno rispetto al foro dell'esperimento 7°, porta $\frac{8}{1000}$ di più, ecc.;

" Che il foro dello sperimento 10.° confrontato con quello dello sperimento 9.°, porta $\frac{5}{1000}$ di più, ecc.;

" Che il foro dello sperimento 6.° confrontato con quello dello sperimento 5.°, porta $\frac{2}{1000}$ di più, ecc. „

§ 144. Prendendo dunque un medio di tutti questi risultamenti stabiliremo; " che un'apertura " quadrupla di un'altra, ma soltanto doppia di " contorno, per questo appunto che essa è di " contorno doppio e non quadruplo, dà quattro " millesimi di più di ciò che darebbe se avesse " quadruplo contorno; dà cioè, il quadruplo di " quello che dà l'altra apertura, più $\frac{4}{1000}$ di questo " quadruplo. Se poi l'apertura avrà un contorno

" maggiore del doppio, questa differenza sce-
" merà, e si ridurrà al nulla se il contorno sarà
" appunto quadruplo. „

§ 145. Confrontiamo l'esperimento 1.° col terzo; l'area del foro nel terzo è 16 volte l'area del foro del 1.°, ma il contorno non è che quadruplo. Ora il n.° 2311 moltiplicato per 16 ci dà 36976, il quale sta a 37203 : : 1 : 1,006; dunque per questo appunto che l'apertura non ha il contorno che quadruplo, essa dà $\frac{6}{1000}$ di più di acqua di ciò che darebbe col contorno eguale a 16 volte quello del foro minore.

Nel medesimo modo, confrontando l'esperimento 4.° col 6.°, si trova che essendo l'area del foro del 6.° sperimento sedici volte l'area del foro del 4.°, mentre il contorno non è che tre volte e $\frac{1}{6}$, nel sesto sperimento sgorgano $\frac{9}{1000}$ più di acqua, di quello che sgorgherebbe, se il perimetro fosse nella proporzione delle aree.

§ 146. E per un'approssimazione stabiliremo
" che un'apertura con un'area eguale a 16 aree
" di un'altra, ma con un contorno soltanto qua-
" druplo del contorno di questa seconda, darà
" una quantità di acqua eguale a 16 volte quella
" che dà l'apertura minore, e più sette millesimi
" di tutta questa quantità di acqua.

" Se poi il contorno sarà maggiore del qua-
" druplo quella differenza scemerà, finchè si ri-
" durrà al nulla, quando il contorno dell'area
" grande sarà eguale a 16 contorni dell'area
" piccola. ,,

§ 147. Venendo ora a considerare l'edifizio delle bocche d'irrigazione, si vedrà (§ 108) che una bocca di quattro once magistrali di acqua ha un'area quadrupla della bocca di un'oncia, ed ha il contorno poco più che doppio. Dunque per la ragione che il contorno non è quadruplo come l'area, questa bocca darà $\frac{4}{1000}$ di più di ciò che dovrebbe dare (anzi questo di più sarebbe minore perchè il contorno è un po' maggiore del doppio): ora un'oncia magistrale di acqua essendo (§ 131) metri cubi 2,4847, una bocca di quattro once dovrebbe dare metri cubi 9,9388, e per cagione del difetto, che esaminiamo darà $\frac{4}{1000}$ di più di questa quantità, cioè $\frac{4}{1000} \times 9{,}9388$ di più, ciò che fa 0,0397552; quantità non valutabile. Fatto il calcolo a brente, in una bocca di quattr'once, la quale dà circa 130 brente, questo difetto è poco più di mezza brenta.

In una bocca di acqua di 16 once magistrali, l'area è sedici volte quella dell'area di un'oncia, ed il contorno non è che circa otto volte. Se fosse

solo quattro volte questa bocca darebbe sette millesimi di più. Perciò pongo che essa dia solo $\frac{6}{1000}$ di più di ciò che darebbe quando il contorno fosse in proporzione dell'area.

In questo caso una tal bocca, la quale dovrebbe dare circa 520 brente, ne darà tre di più circa, per causa del mentovato difetto; ma anco questa differenza è trascurabile. Io per questo inclinerei a non proporre alcun cangiamento nella pratica milanese a questo proposito, sembrandomi ch'essa abbia quell'esattezza che si può bramare nella pratica (1).

§ 148. Pure l'Accademia richiedendo che si suggerisca ciò che può dare perfezionamento a siffatta pratica, io soggiungerò che sarebbe per

(1) Nel Milanese le bocche di maggior portata non oltrepassano 36 once. A tanto ascende la così detta *bocca di Ticinello*. La bocca detta di *Magenta* è della portata di 33 once. Queste però non sono di una sola, ma di due o tre luci. La luce più grande è di portata once diciotto. Essa è quella della bocca detta Coria Fiscale a Robarello, presso Corsico sul Naviglio grande, e distante da Milano circa quattro miglia e mezzo. Così per quanto la legge non abbia prescritto un limite alla grandezza delle luci, pure non se ne sono fatte al di là delle diciotto once d'acqua di portata, le quali, come abbiamo provato, non hanno che circa sei millesimi di errore nella quantità di acqua che danno.

questo ottimo divisamento prescrivere che le bocche d'irrigazione non potessero eccedere la portata di otto once, e quando si dovessero fare di maggior portata, si avessero a dividere in due o più luci, ciascuna delle quali non desse più di otto once. Nè per questo, se per esempio si avesse da costruire una bocca di sedici once di portata, si dovrebbero fare due edifizj, ciascuno dei quali contenesse una bocca di otto once.

Uno stesso edifizio, largo un braccio di più del solito, può bastare.

Nel lastrone, ove dovrebbe scolpirsi il modulo di sedici once, ne faremo scolpire due di otto once ciascuno, e distante l'uno dall'altro un braccio. Tramezzo a questi porremo verticale e parallello alle sponde un lastrone della grossezza di due once, ed incastrato e murato nella faccia, ove sono scolpiti i moduli stessi, e nel fondo del castello, o tromba coperta. A questo lastrone daremo la lunghezza di due braccia, e tale altezza che si appoggi su di lui il *cielo morto*. Così ciascun modulo, verrà a trovarsi tra le sue sponde, e da ciascuna di esse distante cinque once, come sarebbe in un edifizio fatto solo per esso.

Nella tromba scoperta poi tra un modulo e l'altro, e propriamente nel mezzo, si farà come

uno sperone di muramento, il quale, grosso otto once, ed alto quattro, venga ad appoggiarsi al lastrone dei moduli, da ciascuno dei quali resterà in conseguenza distante due once. Questo sperone, distendendosi sul fondo inclinato della tromba scoperta, dovrà assottigliarsi ed abbassarsi in guisa che alla fine della tromba scoperta sia grosso due once ed alto altrettanto. Avverto in fine che nella sponda del Naviglio si dovranno fare una o più cateratte secondo il bisogno, e si maneggeranno come è detto sopra. Così ogni modulo si troverebbe allora ad avere la sua tromba scoperta. Nell' ultimo capitolo di questa Memoria, ove daremo la descrizione della pratica milanese perfezionata, si troveranno le figure per meglio dare ad intendere questo edifizio.

§ 149. Questa costruzione non rende niente di più complicato l'edifizio, ed assicura che il mentovato difetto del non crescere il contorno in proporzione delle aree, non può produrre un danno da valutarsi, giacchè il di più di acqua non può ascendere a $\frac{5}{1000}$ della totale portata.

Il proporre che i moduli si fossero fatti tutti di un'oncia ciascuno, avrebbe intieramente rimediato, ma la mole dell' edifizio veniva a crescere oltre misura, e questo con niuno vero e reale

vantaggio per la pratica, ove sarebbe chimera cercare quell'esattezza che si vuole nelle sperienze idrauliche dei gabinetti.

§ 150. Il maneggio della cateratta per aggiustare il battente alle bocche nei diversi stati dell'acqua nel canale dispensatore, richiede qualche vigilanza nel custode a ciò destinato. Ei debbe abbassare la cateratta quando l'acqua si alza, ed alzarla quando questa si abbassi: ora sarebbe un bel perfezionamento nella pratica milanese, se la cateratta si potesse aggiustare per modo che l'acqua del canale, nello alzarsi di livello, fosse essa medesima causa dello sbassamento della cateratta, ed al contrario ne procurasse l'alzamento quando il livello si abbassa.

§ 151. Il Cav. *Mario Lorgna*, benemerito presidente della Società Italiana, scrisse a questo proposito una Memoria intitolata: *Cateratta Idrometrica*, e la consegnò agli Atti della medesima Società, come si può riscontrare nel tomo V di questi. Avend'egli considerato che lasciando, come è attualmente, rettangolare l'apertura fatta nelle sponde del canale, non poteva la cateratta con successivi eguali alzamenti, accrescendo l'apertura della sortita dell'acqua dal canale, compensare quel meno di acqua, che passava per essa mercè

dei successivi eguali abbassamenti del livello dell'acqua nel detto canale dispensatore, cercò di ripiegarvi, facendo in guisa che l'apertura in alto si allargasse: volle poi che questo allargamento venisse in ajuto per far sì che coll'alzarsi od abbassarsi la cateratta di quanto viceversa si abbassa o s'innalza il livello del canale, sempre dalla porzione dell'apertura che resta libera al disotto della cateratta, uscisse la medesima quantità di acqua. Investigando egli coll'algebra la forma di questa apertura, trovò che i suoi stipiti, non da due linee rette verticali doveano essere formati, ma da due porzioni eguali d'iperbole, voltate colla convessità verso l'interno dell'apertura, e che dal basso all'alto andavano sempre più discostandosi tra di loro.

§ 152. Io niuna osservazione critica farò a questa soluzione, giacchè pel mio oggetto basta il fermarmi ad esaminare, se il congegno escogitato dal *Lorgna*, per fare in modo che l'acqua del canale movesse la cateratta, possa o non possa riuscire in pratica: vedremo dopo di questo esame, che ogni riflessione sulla parte dottrinale sarebbe stata inutile per ciò che spetta alla soluzione del quesito proposto dalla Società.

§ 153. Ecco questo congegno. Scolpita la nuova forma della luce in un lastrone, si adatti esso alla sponda del canale, murandovelo nel fondo e nei lati. Davanti a questo lastrone dalla banda del canale sia la cateratta, che possa al solito correre nei suoi gargami, e che intieramente abbassandosi turi tutta la luce, ed alzandosi a poco a poco la scopra. Sia la cateratta raccomandata ad un canapo, il quale salendo verticalmente ad accavallare due o più puleggie sostenute da un trave sporgente verso il fiume; venga poi a scendere sull'acqua; si aspetti ora che il canale sia nella sua massima altezza d'acqua, e si abbassi la cateratta al segno che a questa massima altezza conviene; poi a quel capo della corda, che è penzolone sull'acqua, si attacchi un peso motore tale, che, appoggiandosi esso, e standone immersa una porzione nell'acqua, non sia egli valevole ad alzare la cateratta, e sia esattamente con essa in equilibrio; di modo che, se un poco più si profondasse egli nell'acqua, il peso della cateratta prevalesse, ed essa scendesse; e se detto peso motore uscisse un poco fuori di acqua, fosse egli capace ad alzare la cateratta medesima.

§ 154. Aggiustate in questa guisa le cose, è per sè stesso manifesto, che abbassandosi l'acqua

nel canale, viene allora a mancare al peso motore il sostegno dell'acqua; pel che, scendendo, onde di nuovo adagiarsi sul fluido, la cateratta è obbligata ad alzarsi, e continua a salire finchè quel livello continua ad abbassarsi; e ritorna la cateratta a discendere se il livello ritorna a salire.

§ 155. Non si può negare che è ingegnoso questo ripiego, e ne merita pur lode l'Autore, ma nella pratica non potrebbe servire. Io non dirò la facilità che questo ingegno presenta di essere alterato e guastato; la qual cosa sola basterebbe per escluderlo, giacchè ognuno sa che è necessario tener chiuse a chiave le cateratte, onde non le mova altri che il custode; ma solo farò osservare che l'attrito della cateratta nel correre entro i gargami, fa una tale resistenza, che viene ad alterare tutto il conguaglio tra il peso motore, e la resistenza della cateratta: tutti quei che maneggiano cateratte poste nelle sponde dei canali o dei fiumi, sanno che fatica immensa ci vuole talvolta ad alzarle od abbassarle, particolarmente se sia qualche tempo che non sono state smosse; e questa nel caso che esaminiamo, sarebbe anco maggiore, perchè la cateratta debbe essere bene accostata al lastrone ove è scolpita la luce, e su di esso strisciare nell'alzarsi o ab-

bassarsi. È vero che si potrebbe fare che la cateratta ballasse entro i suoi gargami, e fosse discostata dalla luce per modo, da non restarvi mai imbarazzata nè pel gonfiamento del legno, nè per i corpi estranei che l'acqua vi porta; ma allora passerebbe tra i gargami e la cateratta, e tra questa e il piano della luce tanta acqua, che non servirebbe più a nulla tutto questo congegno immaginato, per fare in modo che passi sempre la stessa quantità di acqua dall'apertura fatta nella sponda del canale.

E per questo io penso che pel buon esito in pratica, bisogna rinunziare ad un tale apparente perfezionamento dell'edifizio delle bocche d'irrigazione nella pratica milanese, e contentarsi di quello che abbiamo.

§ 156. Una aggiunta, che può essere di qualche vantaggio alla pratica milanese è la seguente: "Nel canale dispensatore facciasi accanto all'edifizio (*Fig.* 11) un così detto Idrometro: è questo una lista di marmo incassata nella sponda del canale, nella quale sono segnati i diversi livelli cui si può trovare l'acqua. In questo nostro idrometro siano indicati i diversi stati permanenti (1) dell'acqua nel canale, nei quali stati si

(1) Intendendo quegli stati o altezze dell'acqua, nelle quali il canale sta per molti giorni.

voglia col maneggio della cateratta aggiustare il battente della bocca. Per ognuno di questi stati trovisi con una esperienza la situazione da darsi alla cateratta, onde il battente sulla bocca sia due once, e si contrassegni, affinchè a dirittura il custode senza alcun tentativo, possa di poi mettere la cateratta al suo luogo. Non propongo che si cerchino colla Teorica questi alzamenti o abbassamenti della cateratta, la qual cosa far si potrebbe colle nostre formole, perchè ed in pratica non bene corrisponderebbero, ed i compratori dell'acqua non ne sarebbero persuasi. Il dettaglio di questa aggiunta si vedrà nella descrizione del nuovo edifizio nel capo seguente.

§ 157. Ma veniamo infine a parlare della perfezione che aver potrebbe le pratica milanese per la dispensa delle acque, riducendo le antiche alle nuove misure.

L'Accademia nel proporre questa riduzione non ha avuto solo in vista come ho detto nel § 7, il semplice esprimere le attuali dimensioni e quantità in misure metriche: che questo sarebbe stato un affare di semplice conteggio. Se sopra ciò si fosse raggirata la dimanda dell'Accademia, io l'avrei già soddisfatta qui sopra, giacchè, avendo fatto tutti i computi in metri, ho dovuto espri-

mere quelle dimensioni con questa stessa misura e sue porzioni. Ma essa con molto accorgimento ha voluto che si esamini se era possibile fare le dimensioni di una bocca per l'unità di misura, in guisa che, essendo esse commensurabili tra loro, ed esattamente esprimibili in parti di metro, la quantità di acqua che essa bocca avesse versato in un minuto, fosse stata esattamente esprimibile in metri cubi, ed altre misure minori. In tal modo avrebbe potuto ottenersi l'esatto rapporto tra il volume di questa unità di acqua ed il metro cubo, come si ha di tutte le altre nuove unità di misura negli altri maneggi della Società.

§ 158. Questo esame è facile ad instituirsi, ed un sol colpo di occhio che si dia alla formola del § 123, la quale insegna a ricavare la quantità di acqua della bocca dalle di lei dimensioni può bastare: essa infatti mostra essere impossibile quell'accordo di misure. Date le dimensioni della bocca, non si trova che per approssimazione il numero, che esprime la quantità di acqua, e, viceversa, data la quantità di acqua, non si può avere che un valore approssimativo dell'altezza della bocca.

§ 159. In questo stato di cose io penso che un qualche perfezionamento ricever possa la pra-

tica milanese, aggiustando solo le dimensioni della bocca per modo che esse siano commensurabili col metro, e sue parti; senza questo, nella costruzione di un edifizio, male si potrebbero prendere quelle dimensioni, che non fossero espresse esattamente in parti di metro quando il metro fosse la sola misura in uso nella Società. Ora essendo un'oncia del braccio di Milano metri 0,049578 prossimamente, cioè quasi mezzo decimetro, si potrà ridurre tutto l'edifizio senza quasi cangiarlo in grandezza, alle nuove misure, considerando ogni oncia per mezzo decimetro: così l'unità di misura sarà la quantità di acqua che sgorga in un minuto primo da un'apertura rettangolare di due decimetri di altezza, un decimetro e mezzo di base, ed un decimetro di acqua di battente.

§ 160. Il nome poi di questa unità di misura sia, se si vuole *ruota di acqua*, o *decimetro normale di acqua*, o quale altro che più piaccia. In questa guisa la nuova unità di misura, la ruota di acqua, sarebbe prossimamente eguale all'antica, cioè all'oncia magistrale; infatti facendo il calcolo (§ 131) si trova che la ruota di acqua sarebbe metri cubi 2,553, mentre l'oncia magistrale è 2,4847.

Tutte le altre dimensioni poi dell' edifizio debbono ridursi in guisa che per ogni oncia del braccio di Milano si prenda mezzo decimetro, e così a proporzione.

CAPO IV.

CONCLUSIONE.

§ 161. Concluderemo adunque

1.° Che tra tutte le pratiche usate in Italia per la dispensa delle acque la più convenevole è la pratica milanese, quale è descritta e dichiarata nel Capo IV, Sezione I.

2.° Che le precauzioni ed artifizi da aggiungersi per intieramente perfezionarla, riducendo le antiche alle nuove misure metriche, sono:

" Primo. Stabilire con un idrometro i diversi
" stati permanenti dell'acqua nel canale dispen-
" satore, e le rispettive situazioni della ceteratta
" contrassegnarle sulla cateratta stessa;

" Secondo. Prescrivere ai custodi di vegliare
" per collocare in ognuno di quegli stati dell'ac-
" qua nel canale, le cateratte al rispettivo segno
" d' alzamento od abbassamento, onde la bocca
" abbia il battente fissato. ,,

3.° Non fare la bocca maggiore della portata di otto volte l'unità di misura; e quando dovesse farsi l'edifizio per una bocca di maggior portata, fare due o più bocche nello stesso edifizio, con le cautele dette al § 148, le quali si riducono a fare in guisa, che ogni bocca si trovi situata, rispetto alle parti che la circondano, come sarebbe in uno edifizio tutto per sè;

4.° Infine si cangino le attuali dimensioni della bocca e delle altre parti dell' edifizio per modo, che per ogni oncia del braccio di Milano si prenda un mezzo decimetro. Ed affinchè la pratica milanese così perfezionata, si veda qui in tutto il suo sminuzzamento, io ne darò la dichiarazione con le figure alla mano.

Dichiarazione della nuova pratica per la Dispensa delle acque correnti.

§ 162. L'unità di misura chiamasi *Rota di acqua* (1). Con questo nome s'intende quella quantità di acqua che entra per pura pressione dell'acqua soprastante alla soglia in una bocca

(1) A me piacerebbe questo nome perchè non fa equivoco con alcuna altra misura: su tal punto però non insisto.

rettangolare, la quale abbia un decimetro e mezzo di base, e due decimetri di altezza, ed abbia un decimetro di battente. Una tale quantità di acqua in un minuto primo ascende a metri cubi 2 $\frac{1}{2}$ circa (§ 160).

Per avere più rote di acqua si aumenta solo la larghezza della bocca, facendo che questa sia tante volte un decimetro e mezzo, quante sono le ruote di acqua che formano la portata della bocca.

La bocca non potrà farsi di maggior portata di ruote otto; per le bocche di maggior portata, la bocca si dividerà in due o più aperture.

Ecco dalle *Figure* 9 e 10 rappresentato l'edifizio di una bocca di ruote dodici di portata.

La *Fig.* 9 rappresenta la pianta dell'edifizio. MM, M'M' sono le due aperture fatte nella sponda dell'acquedotto, e guarnite ciascuna di una cateratta, che dà e toglie il passaggio all'acqua dall'acquedotto dispensatore nell'edifizio. Ciascuna di queste aperture si fa di nove decimetri di base, si taglia la sponda a tutta altezza. Le soglie, sulle quali si appoggiano le cateratte, quando sono intieramente abbassate, sono a livello del fondo del medesimo acquedotto. I due muri OP, O'P' sono le spalle dell'edifizio. Sono

essi paralelli tra loro, e colle loro facce perpendicolari all'orizzonte. Sono anco perpendicolari alla sponda ove si trovano le cateratte, e ciascuno di essi non è mica a filo col più prossimo stipite, ma è indietro di due decimetri e mezzo: tra una apertura all'altra ci corre la distanza MM' di sei decimetri.

§ 163. Dopo le lunghezze OP, O'P', di sei metri ciascuno, è l'edifizio traversato da un muro Q'Q verticale, grosso due decimetri, nella parte superiore del quale, che è fatta di lastroni di quella medesima grossezza, sono scolpite le due luci Q'Q', QQ di sei rote di acqua ciascuna, che compongono la bocca d'estrazione di dodici rote di portata. Ciascuna di queste luci Q'Q', QQ è un rettangolo, che ha nove decimetri di base e due di altezza. Sono collocate colle loro basi paralelle all'orizzonte, e distanti dal piano dell'edifizio di quattro decimetri; esse dunque si trovano quattro decimetri più alte delle soglie delle cateratte. La distanza tra queste due luci è di sei decimetri, e ciascuna si trova distante dalla parete o spalla più prossima dell'edifizio due decimetri e mezzo.

§ 164. Dalle soglie poi delle cateratte ai labbri inferiori o soglie di quelle due luci, il fondo

è acclive, e tutto fatto di muramento ricoperto, o di lastre o di mattoni in coltello; così l'acclività di questo fondo è tale che per sei metri di lunghezza ha quattro decimetri d'altezza.

§ 165. Da questo fondo acclive tra una luce e l'altra per l'appunto nel mezzo s'innalza il lastrone verticale BB della grossezza di un decimetro, e lungo un metro ed un sesto: in conseguenza ciascuna luce viene anco da questo lastrone ad essere distante due decimetri e mezzo, come dalle spalle, ed è come se essa si trovasse sola in un edifizio.

§ 166. La *Fig.* 10, la quale dà lo spaccato sulla linea dell'edifizio V V, mostra ad evidenza queste parti; BB è il lastrone; BT è il muro verticale ove sono scolpite le luci.

§ 167. Dietro le cateratte alla distanza di un mezzo decimetro e condotta da una parte all'altra dell'edifizio una soglia X (*Fig.* 10), la quale è col suo labbro inferiore a livello col labbro superiore delle luci, ed è in conseguenza più alta della soglia delle cateratte di sei decimetri. Sopra questa soglia vi è fabbricato un muro, sul quale e sui muri delle spalle dell'edifizio, e sull'altro muro ove sono scolpite le luci, è formato il ponte su cui passa la strada. La detta *Figura* 10, mo-

stra il ponte TT, il muro XT, il muro BT, e quello di una delle spalle.

§ 168. Dalla soglia X alle luci, un decimetro appunto più alto del labbro inferiore di questa soglia, e per conseguenza dei labbri superiori delle luci, è coperto tutto lo spazio MM'QQ' (*Fig.* 9) da un tavolato, al quale si dà il nome di *cielo morto*. Il lastrone BB debbe essere tanto alto che su di esso si appoggi il *cielo morto*, e questo viene ad essere toccato dall'acqua, allorchè le luci sono messe a battente. Tutta questa porzione d'edifizio chiamasi *Tromba coperta*.

§ 169. Terminata la tromba coperta, comincia la così detta *Tromba scoperta*:

Ecco come è composta:

Le R'S', RS (*Fig.* 9) sono le spalle della tromba scoperta: esse non sono paralelle, ma divergenti tra loro con questa legge. In principio sono distanti dalle luci un decimetro, e poi per la lunghezza di cinque metri e quattro decimetri, ciascuno diverge di un altro decimetro e mezzo.

§ 170. Il fondo della tromba scoperta è declive: esso nella *Figura* 10 è rappresentato da EE. Incomincia un mezzo decimetro più basso dei labbri inferiori delle luci, e per nove braccia o metri 5, 4 discende di un altro mezzo deci-

metro. Terminato questo piano declive, che pure è fatto di muramento come il piano acclive, dopo un salto di un altro mezzo decimetro comincia il fondo del fosso di ragione dei privati, i quali da quel punto sono padroni di farlo orizzontale, o inclinato come loro piace.

§ 171. Su questo fondo declive s' innalza al di fuori delle due luci, per l'appunto nel mezzo, un muro a guisa di uno sperone, il quale, grosso in principio quattro decimetri, va poi assottigliandosi, sino a diventare grosso un decimetro. Questo viene a fare in guisa che ogni luce si trova tra due pareti, come se per ognuna di esse si facesse un edifizio. Si fa questo sperone alto in principio sino a sorpassare il labbro superiore delle luci, ed alla fine della tromba scoperta, serve che egli abbia l'altezza di un decimetro ed altrettanta grossezza.

§ 172. La *Fig.* 11 mostra la facciata dell'edifizio dalla banda del canale. TT è l'Idrometro ove i segni coi numeri 1 e 4 mostrano il massimo e minimo livello dell'acqua nel canale, e gli altri numeri indicano gli stati intermedj.

Sulle cateratte poi sono con i medesimi numeri indicati i segni a cui si hanno esse da portare, riferendone le loro altezze alla sommità

della sponda, o ad un segno O, O fatto negli stipiti dell' incíle, affinchè le luci abbiano il giusto battente di un decimetro. Così nella *Fig.* 11, essendo il livello dell'acqua del canale nel n.º 3, sono alzate le cateratte al punto che il numero stesso 3 combaci col segno O, O.

Determinati nei punti 1, 2, 3, 4 dell' Idrometro i diversi livelli dell' acqua nel canale, i punti corrispondenti delle cateratte si trovano come è detto al § 156.

E qui pongo fine alla Memoria.

OPUSCOLI

SCRITTI

IN DIVERSE OCCASIONI.

SULLA COMUNICAZIONE
DEI FLUIDI (1)

Dal sapersi dimostrato nella Idraulica, che in due vasi comunicanti il fluido si pone al livello; dal vedersi sempre verificata questa legge negli sperimenti instituiti a bella posta, e riferiti in tutte le scuole, è dessa passata, per così dire, in proverbio, in guisa che anco gl' ignari delle più semplici dottrine delle acque correnti ogni momento te la ripetono. Ma è ella poi vera, anco quando la comunicazione da un vaso all' altro è oltremodo difficile ed impedita? Se noi riflettiamo, che, divisa la capacità di una vasca in due parti, o in due camere con una tramezza verti-

(1) Egli è questo un saggio di esperienze, che il defunto chiarissimo nostro Brunacci aveva in questi ultimi tempi intrapreso, e che non potè condurre, come ne disse, a termine. Morte troppo immatura ce lo rapì! Ci facciamo non di meno premura di renderlo pubblico, comunque imperfetto, potendo giovare ad altri, che si occupasse di simili utilissime ricerche. *Nota degli Editori del Giornale di Fisica, Chimica, ecc. Pavia,* 1818.

cale, e praticati in essa alcuni buchi, riempita poscia di acqua la prima camera, l'acqua nell'altra si pone ad una altezza eguale a quella della prima; e che per un altro verso possiamo fare così compatta quella tramezza, che non trapeli una goccia di acqua nella seconda camera, che è quanto a dire che essa si ponga all'altezza zero, viene subito il sospetto, che tra questi due estremi abbiansi alcuni casi, nei quali l'altezza non sia nè zero, nè la massima, ma sia una altezza di mezzo, corrispondente al più o meno libero passaggio dell'acqua attraverso la tramezza.

Chi ha corso la campagna lungo i canali, o fiumi arginati, talvolta si sarà abbattuto ad osservare appiè dell'argine stesso verso la campagna alcune pozzanghere, che svaniscono se scema l'altezza dell'acqua nel canale o nel fiume, e nelle quali l'acqua è ad un livello lontanissimo dal giungere a pareggiare quello dell'acqua nel canale. E nel fondo delle navi, non si osserva egli l'acqua, che trapela attraverso le commettiture delle tavole, e che, giunta a qualche altezza, più non cresce per arrivare a livellarsi con quella che circonda la nave?

Queste osservazioni sono più che sufficienti a spargere qualche dubbio su quella legge della

comunicazione dei fluidi, e determinarci a ricorrere al tribunale della sperienza per decidere la questione. Ecco pertanto alcuni sperimenti, e sì facili, che ciascuno può a sua posta ripetere.

Esperimento I.

Presi due vasi, e con un cannello fatta la comunicazione dal fondo di uno al fondo di un altro, e poscia ripieni ambedue di terra, in guisa che si aveva (sommando l'altezza della terra nei due vasi) uno strato di un metro di altezza, restando in ciascun vaso l'altezza di un decimetro sgombra di terra, si è riempito successivamente di acqua uno dei due vasi, versandola dolcemente sopra la terra stessa, e ritornando a versarvene dell'altra allorchè si era filtrata. Dopo tre giorni l'acqua cominciò a comparire al disopra dello strato terroso dell'altro vaso, ed impiegò un intiero mese a salire di sei centimetri, con moto sempre più ritardato, come si rilevava dai giornalieri aumenti, e poscia non si è innalzata di più restando il livello di quest'acqua tre centimetri al disotto di quello, cui si trovava l'acqua nel primo vaso, nel quale era stata versata per fare le sperimento.

Esperimento II.

Messa sabbia ove prima era terra in quei vasi, più presto l'acqua si è mostrata nel secondo vaso, più presto è salita e si è collocata un centimetro al disotto dell'acqua del primo vaso, e da quel posto più non è uscita.

Esperimento III.

Egualmente sperimentata la ghiaja, l'acqua dopo circa sei ore si è mostrata nel secondo vaso, ed in 24 ore si è posta a livello del primo.

Questi stessi sperimenti gli abbiamo ripetuti, aggiungendovi solo la circostanza che l'acqua un poco si perdesse dal cannello inferiore. Nel primo sperimento bastava che stillasse a goccia a goccia con sensibilissimo intervallo, anco di $\frac{1}{2}$ secondo, perchè l'acqua comparsa alla superficie dello strato terroso nel secondo vaso, non s'innalzasse più; quando poi nei vasi eravi sabbia, allora era necessario che le gocce fossero più frequenti, onde l'acqua non s'innalzasse al disopra della sabbia, e maggiore era la differenza di livello tra l'acqua dei due vasi; più grande ancora dovea essere lo stillicidio quando si trattava di ghiaja: esso però era sempre tale che l'acqua nel primo vaso avea,

per causa appunto di lui, un movimento sempre insensibile.

Ho anco fatto questi tre secondi sperimenti lasciando il primo vaso intieramente vôto di terra, sabbia o ghiaja, e facendo che un poco di acqua si perdesse dal fondo dei vasi; ed ho sempre veduto in essi due vasi comunicanti una differenza di livello, tanto maggiore, quanto più acqua si perdeva, quantunque queste perdite fossero sempre tali da rendere poco sensibile il moto dell'acqua nel primo vaso, la quale in conseguenza di esse perdite dovea successivamente abbassarsi.

Le narrate sperienze ci provano dunque, che nei casi concreti, nei quali la comunicazione tra due vasi è oltremodo impedita, l'acqua di uno passando nell'altro non si mette a livello, e la differenza è tanto maggiore, quanto più difficoltosa è siffatta comunicazione. Nè dica taluno che se l'eguaglianza del livello non si è ottenuta in un mese, la si otterrebbe in due, in tre, e così via discorrendo, in guisa che vera sia la summentovata legge idraulica quando si aspetti il necessario lunghissimo tempo per vederla verificata. Infatti, oltre che si oppone a questo il primo dei citati sperimenti, in cui dopo avere impiegato un mese l'acqua a traversare uno strato di terra di

un metro di grossezza e montare nel secondo vaso ad un livello al disotto di tre centimetri, non ha per i successivi giorni, in cui si è osservata, mai cangiato: noi possiamo anco accordare che alla lunga si mettano pure a livello le due acque, e nella pratica idraulica e particolarmente nella questione che ci trattiene (1), dichiarare che anco se le acque del Naviglio fossero stagnanti non si potrebbero esse porre nelle cantine ed altri siti circonvicini allo stesso livello. L'acqua del detto canale per traversare uno strato di terra della grossezza or di 20 or di 30, e perfino di 100 e più metri, e poi farsi strada attraverso alle muraglie delle cantine, dovrebbe impiegarvi più e più mesi; in guisa che prima arriverebbero quelle vicende le quali annualmente producono le alterazioni nelle *Barsene*, che queste si fossero messe a livello coll'acqua del Naviglio. Nè difficile è lo intendere come gl'impedimenti che l'acqua incontra nel passare da un vaso ad un altro, siano

(1) Si vuol quivi indicare la questione ora agitatá intorno al trapelare delle acque del Naviglio (*la Sforzesca*) che scorre vicino alla città di Vigevano. *Barsene* poi diconsi le differenze di livelli tra il pel d'acqua del canale, e quello delle acque stravasate ne' luoghi sotterranei circonvicini.

valevoli ad estinguere una porzione della di lei forza di gravità, e far sì che l'acqua del primo vaso atta non sia a spingere col suo peso quella del secondo vaso, fino a pareggiarne il livello. Io mi figuro che va la faccenda come su di un piano inclinato dotato di scabrosità. Un corpo grave non vi discende, quando la sua gravità non è sufficiente a vincere quella resistenza dello sfregamento. L'acqua nel traversare per gl' infiniti piccolissimi meati di uno strato di materia compatta soffre una continua difficoltà, la cui natura è facile a concepirsi; e quando la forza con la quale l'acqua si presenta per superare detta difficoltà arriva ad eguagliarla solamente o ad esserne minore, allora più non passa fluido attraverso di quello strato.

Ma al nostro caso fanno assai più le tre ultime sperienze, nelle quali si mostra quanto manchi alle acque dal mettersi al livello, quando l'acqua che dovrebbe passare nel secondo vaso, ha la libertà di andarsene per un'altra banda. Di siffatti sperimenti facile è darne ragione. Cessa l'acqua di passare dal primo nel secondo vaso, quando l'acqua che in un minuto va via, per mo' d'esempio, dal primo vaso, sarà un poco maggiore di quella che in altrettanto tempo, traversando

quello strato terroso, passerebbe dallo stesso primo nel medesimo secondo vaso; il che è detto in due parole più facili a concepirsi; quando l'acqua cioè del primo vaso troverà più facile lo scappar via da esso per mezzo dei pertugi che sono sul di lui fondo, di quello che per mezzo del traversamento di quello strato di terra, onde versarsi nel secondo vaso.

Così nel caso che l'acqua corre nei canali di irrigazione, essa non si spinge già attraverso le ripe ed il fondo per versarsi in altri scavi prossimi, essendo a lei più facile scendere abbasso nei canali, che portarsi a riempire altri luoghi, traversando estese porzioni di terreno. E la circostanza della maggior facilità a discendere pel canale, ognun comprende aver sempre luogo, comunque piccola vogliasi supporre la velocità dell'acqua nel proprio letto.

DISCORSO ACCADEMICO

Sul retrocedimento che lo scappare dei fluidi produce nei vasi che gli contengono (1).

Se ella è vera, come infatti è verissima, quella sentenza del Principe dei filosofi, che niuna cosa tanto innalzi e nobiliti l'uomo, quanto la brama di rintracciare la verità, io mi confido di non avere scelto un tema indegno di quest'Adunanza solenne, prendendo a ricercare appunto il vero in alcuna dottrina di filosofia naturale. Conoscono i coltivatori delle fisiche discipline quel fenomeno della palla di vento detta *Eolipila*: ecco in cosa consiste. Abbiasi una palla di sottilissime pareti di ottone, e del diametro di quattro o cinque pollici, e questa sia collocata sur un carruccio agilissimo. In essa racchiudasi un po' d'acqua, e per mezzo di una fiammella che al disotto l'investa, si faccia bollire l'acqua onde ridurla in vapore. Tutto in un tratto la forza interna di questo elastico fluido imprigionato, che da ogni banda inclina a sfiancare le pareti, getta via un turacciolino col quale era chiuso un picciolo foro fatto

(1) Questo Discorso fu recitato in occasione di laurea nella R. Università di Pavia, l'anno 1814.

nella parte anteriore della palla, ed in quello stesso mentre comincia questa macchinetta ad andare indietro con un moto via via accelerato, e continua finchè dura lo scappare del vapore con qualche gagliardìa.

È noto ai fisici quell' altro fenomeno, che ci è mostrato da un vaso ripieno di acqua, e sospeso a foggia di pendolo, allora quando si apre un foro fatto in una parete del vaso verso il suo fondo. Al principiare il fluire dell' acqua da quel buco, il vaso retrocede come se fosse spinto da una forza in direzione opposta a quella della striscia dell'acqua medesima: anzi l'esame di questo fenomeno ha suggerito ai fisici che si poteva adoperare tale effetto del discorrere del fluido, per muovere macchine, ed infatti primo il Segner, poi altri fecero con tal moto alcuni ordigni, i quali sono conosciuti sotto il nome di macchine *a reazione d'acqua*.

Si sa in fine che nell' accendersi il razzo, allora quando comincia da un suo capo a sputar fuori la fiamma, ei si muove dalla banda opposta; pel che, collocato in guisa che lo scappar del fuoco sia all'ingiù, il razzo s'innalza, e vola per l'aria.

Ora di questi tre fenomeni, e di molti altri che ad essi si riferiscono, pare a me che i fisici abbiano con troppa leggerezza instituito l'esame,

dal che ne è venuto che le ragioni rese non giungono a capacitare chi si ponga sott' occhio quei fenomeni stessi. Infatti alcuni, incominciando dal Newton, dichiararono che alla fuggita dei fluidi quei vasi retrocedono, come fa un cannone allo scappar della palla; ma una siffatta spiegazione non appagò; imperciocchè nel paragonare quei casi col tiro del cannone, si vedeva, per vero dire, che la massa del vaso ripieno del fluido poteva far le veci del cannone, ma ciò che facesse le veci della palla non si vedeva. In quei fenomeni la massa del velo fluido, che in un istante è balzata fuori del vaso, essendo di così lieve momento da potersi riseguardare come nulla a fronte della massa del vaso, ne conseguitava che questo non avrebbe dovuto moversi, giacchè pel cannone si dice che la velocità colla quale va indietro tanto è minore della celerità con cui fugge la palla, quanto la massa di questa è minore della massa di quello. Altri fisici si accontentarono dire pei due primi fenomeni, che il fluido contenuto fa sempre sulle interne opposte pareti due sforzi, i quali quando il fluido non esce, si bilanciano e si distruggono come appunto farebbe una molla che racchiusa nel vaso a quelle si appoggiasse; che alcuni di tali sforzi esercitati dal fluido sull' interna parete

posteriore, non essendo più distrutti, quando il fluido scappa, da quei che gli stavano dirimpetto, sono essi appunto che rispingono indietro il vaso. Ma lo stesso paragone della molla infievoliva, anzi rendeva vana questa ragione; poichè si tiene ferma opinione che appunto una molla di picciolo peso per quanto sia poderosissima la sua elasticità, se, ravvicinati i suoi due capi, si rimuove tutto in un tratto una delle due forze che facevano questo ravvicinamento, essa molla, avendo allora la libertà di distendersi da questa banda, niun conato o picciolissimo eserciterà contro quell'altra forza. Se così dunque andasse la faccenda nella fuggita dei fluidi dai vasi, non dovrebbe succedere quel loro scappare indietro. E poi, ammessa anco questa cagione, nell'eolipila, si ritrova essa di lieve momento, piccolo essendo il forello da cui sfugge il vapore, e quindi picciola la porzioncella della posteriore interna superficie, cui spettano gli sforzi i quali non sono allora distrutti.

Nè l' una nè l' altra delle due riferite esplicazioni rendendo chiara ragione dei fenomeni, i fisici crederono avere trovato il vero scioglimento del nodo, attribuendoli all'aria ambiente. I fluidi, dicon essi, nello scappare che fanno, vengono a percuotere l' aria che da ogni banda li circonda,

la quale, non volendo cedere loro il passaggio, e cedendoglielo restìa, ribatte e spinge indietro quella colonna di fluido, da cui è urtata, e questa respinge e fa retrocedere il vaso; in quella guisa appunto che la barca si allontana dal lido, se il barcajolo con la stanga spinge il lido. Quest'effetto dell'aria percossa è, secondo essi, la causa del retrocedimento dell'eolipila, del retrocedimento dei vasi ripieni di acqua, e dell'ascendere per aria dei razzi, e di tutti quei fenomeni che da questi dipendono, o che hanno somiglianza con essi; anzi quest'opinione è in bocca di tutti quei che discorrono di fisica, ed accettata per buona nella più parte dei libri di questa scienza.

Ora non restando io persuaso di tali effetti dell'aria, mi sono accinto a fare alcuni sperimenti a questo proposito, ed essi indicheranno da sè ciò che si ha da pensare.

Di siffatte sperienze, e delle conseguenze che trar se ne possono, ho determinato farvi parola, Ispettore generale e collega ornatissimo, Reggente magnifico, Professori chiarissimi, Giovani ed Uditori cortesi, non appagandomi io de'miei lavori quando non abbiano essi ottenuto i vostri suffragi. Parlerò questa mane del solo retrocedimento dell'eolipila, ad altre occasioni serbando il parlare

degli altri: del resto non è questa una quistione di semplice curiosità filosofica, ma può essere di grandissimo vantaggio nella fattura delle così dette macchine idrauliche, ed in molti altri maneggi ed esercizio della vita civile.

Se lo scontro del vapore coll'aria cagion fosse del tornare indietro dell'eolipila, dovrebbe necessariamente in questo modo succedere. Figuriamoci il filo di vapore che scappa da quella palla d'ottone come diviso in tanti pezzetti o sfoglie sottilissime. La prima che viene fuori, all'incontrare dell'aria, sarà ritardata nell'andare avanti, e questa prima sfoglia ritarderà la seconda che gli viene dietro, e la seconda la terza, e la terza la quarta, e così via via sino a quella che si ritrova per l'appunto nel foro della palla, e nell'atto di scappare da essa; così appunto succede in una fila di carrozze che vengano subito una dopo l'altra. Se la prima è trattenuta ed obbligata a dare indietro, lo stesso è costretta a far la seconda sino all'ultima carrozza della fila. Ma tornando al nostro caso, quell'effetto dell'aria sulla prima porzioncella del vapore scappato, se da esso dipende il fenomeno, dovrà essersi comunicato sino alla macchinetta. Il vapore allora trovando da parte dell'aria una difficoltà nel dilatarsi e scappare,

con quanta forza è ritardato dall'aria, con altrettanta ei si ripiegherà a pigiare l'interna parete posteriore della palla, e indurrà in lei quel retrocedimento.

Ma se la faccenda va per l'appunto così, a me pare che questo scappare indietro dell'eolipila dovrebbe essere maggiore, se il vapore incontrasse piuttosto che l'aria, un corpo di lei più unito e più denso, e quindi più disposto a negarle il passaggio; giacchè allora quella resistenza, la quale si propaga indietro dalla porzione del vapore che urta, sino al vaso da cui scappa, essere dovrebbe maggiore di prima. E poi il filetto stesso del vapore dovria dare qualche segno di questa maggiore resistenza o col piegarsi, come farebbe un elastico scudiscio allora quando si fa qualche forza nei suoi due capi per avvicinarli, o col rigonfiare, come avverrebbe ad un budello ripieno che fosse di aria, il quale, pigiato e stretto da una banda, crescerebbe di mole dalle altre.

Ma vediamo cosa ci dichiara la sperienza. Preparata a tale uopo la macchinetta, io teneva in mano un'assicella, e quando incominciava il soffio del vapore a scappar fuori, e l'eolipila a retrocedere, io presentava quest'assicella all'urto di quel soffio, per esaminare se questa circostanza

accresceva la fuggita della macchinetta; adoperava anco in vece dell' assicella una lamina di ottone, ma non mi sono mai potuto accorgere che la macchina desse alcun indizio di quell' accostamento delle lamine. E sì che questi corpi io li poneva per fino distanti solamente la grossezza di uno scudo dal beccuccino per cui usciva il soffio. Il vapore urtava e si ripiegava da tutte le bande senza che si vedesse il benchè minimo effetto di quell' incontro nelle falde del vapore che si trovavano un poco distanti dalla lamina urtata. Niun segno d'incurvatura nel filetto del vapore urtante, niuno di gonfiamento. Feci in fine cadere quello zampillo di vapore sopra una vescica gonfiata leggermente, e nè anco quest' urto nulla produsse. Che si vuole di più per escludere intieramente l' aria dal produrre quel fenomeno? Che se poi si chiamasse in ajuto il raziocinio, mille cose si potrebbero dire per dimostrare che nulla vi ha che fare l'aria, ricavandolo e dalla somma rarità dei due fluidi che s' incontrano, e dalla picciolissima superficie in cui segue l' incontro, a fronte della superficie posteriore esterna dell' eolipila che ha da retrocedere, e con la quale questa va ad urtare l' aria che gli sta dietro; ma nell' investigazione delle cose naturali non vi è a cui meglio e più sicuro rivolgersi che alla fede della sperienza.

Esclusa l'aria, quale cagione produrrà l'andare indietro dell' eolipila? Ecco le sperienze che ho instituite per rintracciarla.

Io ho formato un vaso di latta della figura di due pani di zucchero uniti base con base. Era esso dunque una specie di botticino, lungo poco più d'un palmo; il diametro del suo corpo poteva essere di mezzo palmo, ed i diametri dei due capi, o estremità del vaso, erano di un dito circa. Stava orizzontale colla sua lunghezza, e sostenuto da quattro pedini conficcati in una tavola. Ad una delle estremità di questo vaso era unita una cannella colla sua chiave, la cui mercè si dava e si toglieva la comunicazione dal di dentro al di fuori del vaso. Per mezzo di un foro fattovi nella parte superiore, e che si poteva intieramente tappare, si metteva nel vaso un po' d'acqua, la quale andava a situarsi nella di lui parte più bassa. Alcuni forellini come una capocchia di spillo erano disposti con simmetría nelle due parti anteriore e posteriore del vaso, e nella parete superiore, e questi si chiudevano quando servire non dovevano allo sperimento. Vi era anco un di questi forellini nell'estremità del vaso opposta alla cannella, onde l' apertura di questa era esattissimamente dirimpetto a quel forellino, trovandosi ambedue nell' asse del vaso.

Versata l' acqua nel vaso, chiusa la chiave della cannella e tutti i forellini, si accendeva sotto di esso una lucerna di spirito di vino, onde l'acqua si riducesse in vapore; allora quando se ne era formato una buona dose, il che si riconosceva dal cigolare del vaso pel vento che andava via dalla serratura della chiave, io apriva, ora più ora meno, la cannella, onde scappasse il vapore, e nel tempo stesso apriva quel forellino, che io dissi fatto nel capo opposto del vaso. Da un tale forellino, non avrebbe dovuto uscire alcun fluido, se, scappando questo dalla parte anteriore, avesse in quello stesso mentre cessato di spingere e di fare forza sulla parte posteriore; ma al contrario lo sperimento ha mostrato che anco da quel picciolissimo buco scappava vapore. È vero che quanto più liberamente poteva scappare dalla parte anteriore il fluido, con tanta minor violenza usciva il vapore da quel foro, ma pure o poco o assai ne usciva, indizio che vi era un po' di pressione sulla superficie posteriore interna del vaso, la quale stava dirimpetto alla cannella. E questa pressione non essendo bilanciata e distrutta, come lo era quando il vapore non iscappava, ci presentava una porzione della cagione che produce il retrocedimento di un vaso dal quale scappi un fluido elastico.

Dissi una porzione, perchè questa forza essendo picciolissima, non mi parve valevole a produrne sola il fenomeno. Io sospettai che altre ve ne fossero, ed ecco come le rintracciai.

Preparato il tutto, e tenendo chiusa la cannella, io sturai due forellini, uno fatto nella parte anteriore, e l'altro nella posteriore del vaso. Il vapore scappava per essi formando due zampilli perpendicolari alle pareti del vaso, il che è un chiaro riscontro che la pressione del fluido racchiuso, in qualunque punto è perpendicolare alle pareti, la qual cosa il raziocinio medesimo avrebbe dichiarato anco avanti di vederne il fatto. Ma se lasciando sempre aperti i due spilli si girava la cannella, onde il vapore scappasse anco da essa, si vedeva allora che tutt' a due quei zampilli diminuivano di forza; quello però della parte anteriore più vicino alla scappata del fluido, maggiormente dell' altro. E lo stesso sempre accadeva in due altri forellini, uno posto nell'anteriore, l'altro nella posteriore parte del vaso, se non che tanto più chiaro appariva il fenomeno, quanto più essi erano distanti tra loro. È dunque questa una prova che ciascun punto delle pareti della parte posteriore dell' eolipila, quando il fluido scappa da una apertura fatta nella parte anteriore, e maggiormente

premuto del punto che gli corrisponde e gli è, per dir così, compagno nelle pareti di questa anteriore parte medesima.

Ma un' altra curiosa ed importante osservazione mi venne fatta in quell' incontro. Le due strisce di vapore, ciascuna delle quali, quando il cannello della macchina era chiuso, erano, come dicemmo, perpendicolari alla superficie del vaso, allora quando il cannello si apriva si piegavano tutte e due verso la banda anteriore, e più si piegava quello che più vicino era alla bocca da cui scappava l' elastico fluido. E siccome la direzione di un zampillo di vapore pone sott' occhio la direzione del diverso premere che egli fa le pareti; così è giuoco forza il concludere che se il vapore racchiuso per ogni banda in un vaso, tende a sfiancare le sue pareti facendo su di esse uno conato perpendicolare, allora quando esso ha la libertà di scappare da una banda, egli allora, non più con direzione normale alle pareti, ma bensì con obliqua, fa su di esse la sua pressione, e tanto più obliquamente quanto più il luogo che si considera è vicino alla bocca. Questa legge che seguono i fluidi elastici nello scappare dai vasi, la quale era difficile a sospettarsi ed ammettersi se il fatto non l' avesse svelata, serve ancora essa a rendere ragione

del retrocedimento della palla di vento. Infatti per poco che uno iniziato sia nella meccanica, sa che le due forze operano obliquamente per atterrare, per mo' d' esempio, un muro, quella che più obliquamente e più a scancìo lo percuote, più difficilmente può riuscire nell' intento: così la spinta del vapore su i punti che si trovano nella parte anteriore del vaso, sarà più piccola di quella la quale si fa su i corrispondenti punti nella parete posteriore, giusto appunto perchè più obliqua è la direzione di un tal conato, su i primi che su i secondi. Ed ecco dunque la vera cagione del retrocedimento dell' eolipila. La parte posteriore, non solo in quella picciolissima porzioncella di lei che internamente sta dirimpetto all' uscita del vapore, è maggiormente spinta indietro, ma ancora in tutta la di lei intiera estensione, sono maggiori le spinte, di quello che lo siano sulla parete anteriore; del che ne conseguita che la macchinetta debbe scappare dalla banda ove maggiore è la spinta, e nel nostro caso andare appunto in direzione opposta a quella da cui fugge il vapore.

Per quanto gli sperimenti da me riferiti non lascino alcun equivoco sopra la differenza dell' interna pressione del vapore su due punti corrispondentisi nella parte anteriore e posteriore del

vaso, da cui esso vapore va via, pure, volendo camminare con molto riguardo, onde la troppa fede all'esperienza non ci faccia travedere e n'inganni, mi sono studiato di confermare un tal fatto in un altro modo più sicuro ed evidente.

Per questo fatti due fori del diametro di un dito circa, l'uno nella parte anteriore di quel botticino, nella posteriore l'altro, ho ad essi saldati due cannelli di ottone di una lunghezza doppia del loro diametro, e posti perpendicolari alle pareti del vaso. Ho preso poi una cannuccia di cristallo, larga come una penna ordinaria da scrivere, e lunga circa due palmi. Io l'ho fatta piegare in arco, e piegare in guisa che le sue due bocche potessero andare in quei due cannellini d'ottone, e ve le ho così bene stuccate, che dalle commettiture non poteva passare il vapore.

Questa cannuccia veniva a formare come il manico di una secchia, se non che nella parte più elevata, era essa affossata. Così per mezzo di un tal cannello, ancora che la parte anteriore del vaso fosse stata intieramente separata dalla posteriore, il vapore non ostante avrebbe potuto andare dall'una all'altra. Per esempio innalzandosi dalla posteriore avrebbe potuto ascendere per quel cannello, e poi scorrendo lunghesso discendere nella

parte anteriore. Ora entro questo cannello ed appunto in quella fossa o ripiegatura abbasso, poneva un po' di fluido colorato, e tanto che ivi riempisse intieramente il cannello. La comunicazione allora dalla parte posteriore del vaso all' anteriore, che si faceva per mezzo di questa cannuccia era interrotta da quel fluido, e facilmente si comprende che il vapore, il quale dalla parte posteriore del vaso s'alza e penetra in quel cannello, inclina a spostare il fluido colorato dal luogo in cui si trova, e spingerlo avanti, e farlo traboccare e discendere nella parte anteriore del vaso medesimo; mentre il vapore che da questa banda s' innalza opera tutto all'opposto, e tenta perciò di spingere quel fluido colorato indietro, e farlo precipitare nella parte posteriore.

Io poi la discorreva così: la pressione del vapore, quando egli fugge dal vaso, sarà ella maggiore nella parte posteriore? Allora dovrà quel po' di fluido colorato scappare avanti, dovrà scappare indietro nel caso contrario, e star fermo se eguali sono quelle due spinte. Fatto lo sperimento, con mia soddisfazione io vidi che quando bollendo l'acqua, il vapore non poteva andar via, allora il fluido colorato stava fermo; e nel momento che si apriva il cannello, esso scappava sempre avanti.

Ed ecco una bella conferma di quanto ci avevano mostrato altri sperimenti, e della cagione, cioè, del retrocedimento dei vasi dai quali fugge il fluido elastico in essi racchiuso.

Ma come avviene egli mai che nel tempo di questa fuggita la pressione sulle pareti del vaso diminuisce e per appunto con quella legge? Il raziocinio solo senza l'ajuto dell'algebra non può levarsi tant'alto a svelarne il mistero. È questa una ricerca difficile ed importante, ma ho la soddisfazione di annunziare in questa pubblica adunanza che essa è stata intrapresa e condotta ad ottimo fine da un allievo della nostra Università, il giovine Mussotti di Novara: egli due anni sono qui sedeva scolare, ed a lui non disdirebbe oggi sedervi maestro.

DISCORSI ACCADEMICI
DI MECCANICA ANIMALE

DISCORSO PRIMO.

Sul Salto semplice.

Fu la Ginnastica tenuta in alta reputazione presso gli antichi. I tanto celebrati giuochi Pizj, Nemei, Istimici, ed Olimpici consistevano per la più parte in esercizj di forza e di destrezza. Se ne ha la enumerazione in un epigramma di Simonide, recato in italiana favella dall'Adimari:

" In Istmia, in Pizia, al celebrato Agone
" Salto, Disco, Saette, e pugni e corso
" Le Vittorie portaro a Dïofone.

Tutta la Grecia riguardava questi esercizj come una delle parti più essenziali dell'educazione, perchè rendeva l' uomo agile e robusto nelle fatiche della guerra, e gli Ateniesi andavano all'Accademia collo stesso interesse per ascoltare una lezione di Platone, col quale concorrevano a vedere una sfida di due giovani lottatori. Dal filo-

sofo dipendeva la gloria letteraria della nazione, da questi la militare, quindi tanto l'uno, quanto gli altri formavan la base della greca grandezza.

L'ardita e coraggiosa gioventù della Grecia correa da tutte le bande ad Olimpia per discendere nell'arena, onde acquistarsi un ramo di olivo, e persino gli stessi sovrani, come un Terone re di Agrigento, un Ierone di Siracusa, un Archelao di Macedonia, ed un Pausania di Sparta si gloriavano di essere annoverati nella lista dei vincitori, a cui tutta la Grecia rendeva onori ed omaggi.

Con l'opera dei più famosi scalpelli si celebrava la memoria degli atleti vittoriosi, ai quali alcuna volta si giunse a decretare pur anco gli onori divini.

Morto Teagene, nativo di Taso, che aveva riportata mille e dugento volte la palma, la patria gl'innalzò una statua di bronzo per eternarne la ricordanza. Un geloso rivale col favor delle tenebre insultò il ritratto di quell'eroe, e facendolo a forza di colpi tentennare sul piedistallo, il simulacro cadde e lo schiacciò. Fu portato il bronzo in giudizio, il quale, non potendo pronunziare le sue discolpe, fu gettato nel mare. La collera intanto di Giove si scatenò contro Taso, e gli abitanti non poterono in altro modo libararsi da una

desolatrice carestia se non ritirando dalle acque la statua di Teagene e decretandogli onori divini.

Nè già le donne erano punto indifferenti alla passione per gli esercizj della ginnastica, passione che accendeva gli animi dei Greci. Le fanciulle dell'Elide in onor di Giunone celebravano dei giuochi ginnastici, nei quali la corsa teneva il primo luogo; quella che riportava la vittoria, riceveva una corona di ulivo, ed aveva il diritto di appendere il suo ritratto nel tempio della Dea.

Non è dunque gran meraviglia, se tanti valenti scrittori dell'antichità, Pausania, Diodoro, Strabone, e se tanti famosi poeti, Corinna, Pindaro ed altri mille, facevano degno soggetto delle loro prose e dei loro carmi la narrazione degli sforzi che s'impiegavano dagli atleti per acquistar la corona.

Certo che ai nostri tempi non si celebrerebbe un Milone per aver traversato con un bue sulle spalle l'arena di Verona. Col cangiarsi dei tempi si sono cangiati i costumi e le passioni; ma se questi giuochi di forza non sanno oggi risvegliare la fantasia di un poeta, possono però richiamare tutta la meditazione del filosofo.

Il magistero col quale la macchina umana eseguisce certi movimenti, l'economia colla quale

essa vi distribuisce le forze, il meccanismo insomma con cui si fanno tali operazioni, somministra un campo sì esteso, che i coltivatori della meccanica animale possono ottenervi ubertose raccolte.

Non ignobile argomento sarà dunque, o Signori (1), il parlare di uno degli sforzi più mirabili della macchina animale, voglio dire del salto. Io lo farò soggetto di due discorsi. Nel primo porrò in piena luce la dottrina di *Alfonso Borelli*, di quell' anatomico e matematico, mercè del quale l' Italia nostra tiene sempre la palma in quel ramo di filosofia che ai Moti degli animali si riferisce, e la vendicherò dalle obbiezioni di celebri oltramontani.

Nel secondo parlerò di quel salto che si appella col nome di mortale, e in cui facilmente il saltatore resta vittima del proprio ardire, per poco che egli manchi di destrezza nel rivoltarsi per l'aria.

Borelli al fenomeno del balzo prodotto dalla elasticità de'corpi riferisce la spiegazione del salto; non perchè la macchina rimbalzi in virtù di una

(1) Questo Discorso accademico e gli altri che lo seguono sono stati pronunziati nella grand'Aula dell'Università di Pavia, in occasione che si conferiva il grado di architetto ingegnere ad alcuni studenti nell'anno 1808.

elasticità a lei propria, come male ha creduto chi non comprese la spiegazione del *Borelli*; ma perchè come accade nel risalto dei corpi, il centro di gravità della macchina obbligato a prendere un moto in direzione verticale, fa distaccare la macchina umana dal suolo.

Rappresentiamoci davanti agli occhi una verga elastica, che, appoggiata al pavimento, si mantenga in una direzione verticale. Se avviene che con la mano se ne prema gagliardamente l'estremità superiore, essa si curverà, ed in questo stato eserciterà uno sforzo continuo per allontanare la mano dal pavimento, ed il pavimento dalla mano, onde riprendere la primiera sua direzione. Eguali sono questi due sforzi, e l'elasticità è quella che li produce. La natura di questa forza è ignota, come lo è la natura dell'attrazione, e di queste cagioni non altro conosciamo che gli effetti, e probabilmente mai non ne sapremo di più.

Tutto ad un tratto si distacchi la mano dalla verga. Libera questa molla nella sua estremità superiore, si distende essa da quella banda continuando sempre a forzare con l'inferiore il pavimento onde dilatarsi, se fosse possibile, anche per quel verso. Ma l'ostacolo insuperabile che questi presenta non lascia alla molla alcuno spazio per

distendersi al disotto di lui; per una causa allora che ci è incognita, ed a cui si dà il nome di *reazione*, l'elasticità tutta si rivolge a dilatare l'elastro dalla parte opposta, ed in tal guisa a riprendere la primiera situazione e figura.

Allorchè la molla, mercè la pressione, si è incurvata, facilmente s'intende che il centro di gravità di essa si è abbassato: ma nel riprendere che fa la molla la sua primiera posizione e figura, è forza che il centro di essa s'innalzi, o si muova per andare dal punto, ove era, al punto che si conviene alla molla raddrizzata. Ora insegnandoci la meccanica che il movimento concepito da questo centro debbe conservarsi, giunto esso a quel luogo non si fermerà, ma progredirà oltre. Così quella molla elastica non solo riprenderà la prima figura e posizione, ma concepirà un movimento che la farà distaccare dal pavimento, e fare uno sbalzo, per quindi ricadere al suolo, quando la forza di gravità avrà a poco a poco distrutto il moto concepito da quel centro per andare di basso in alto.

Tutto questo discorso si applica a qualunque corpo elastico che ribalzi da un ostacolo, si vede pertanto quanta oscurità ci sia per l'intelligenza di un siffatto fenomeno, ove concorrono a pro-

durlo due cause, *elasticità* e *reazione*, la natura delle quali è occulta.

Fingiamo adesso che quella molla non sia elastica. Essa premuta dalla mano non farà alcuna resistenza nel piegarsi, ed allontanando la mano non ribalzerà; se però in quel medesimo istante si genererà nell'elastro una forza che l'obblighi a riprendere la figura e posizione che la mano premente aveva tolto, ad esso allora questa nuova forza farà le veci della elasticità che si pone in azione mediante l'allontanamento della pressione; la molla si raddirizzerà e sbalzerà dal suolo: tutto insomma avverrà come se essa fosse dotata della elastica virtù.

Ora abbiasi un àrco composto di due righe articolate tra loro, e situate in un piano perpendicolare al suolo, cui l'arco si appoggia con l'estremità inferiore. Sia piegata l'articolazione delle due righe, e circondata esteriormente da una corda, la quale passi sopra una specie di puleggia posta nell'angolo dell'articolazione. Egli è evidente che se questa corda verrà violentemente a contrarsi per raddrizzare l'articolazione di quelle due righe, avremo appunto il caso considerato qui sopra. Le due righe non solo si disporranno in linea retta, ma sbalzeranno ancora dal suolo. L'arco che esse

formavano non era elastico, ma relativamente al riprendere la primiera figura e posizione tale esso è divenuto in virtù della contrazione della corda.

A questi principj è appoggiata la spiegazione del salto data dal *Borelli*.

L'uomo che vuole saltare piega prima le articolazioni delle estremità inferiori, quindi violentemente contraendone i muscoli estensori, le raddrizza. Il centro di gravità in quel raddrizzamento s'innalza, ed il movimento concepito da questo centro distacca il corpo dal suolo per farvelo ricadere, allorchè l'azione della gravità abbia estinto quel moto. Tutto succede come nell'arco formato da quelle due righe, e la cui articolazione si estende per l'accorciamento della corda che lo circonda.

Egli è ora ben facile a persuadersi che quanto più sono le articolazioni piegate, e quanto più rapida e violenta si fa la contrazione dei muscoli estensori, tanto maggiore succede il salto. Ma per saltare può bastare la piegatura di una sola articolazione. Si salta tenendo stese tutte le articolazioni, eccettuata quella del calcagno, appoggiandosi in terra con le piante dei piedi. Si salta piegando il solo ginocchio, appoggiandosi in terra con i calcagni, e tenendo le piante dei piedi sollevate

dal suolo; si salta, sebbene difficilmente, col piegare soltanto l'articolazione dell'anca, appoggiandosi in terra coi soli ginocchi.

La semplicità e verità di questa dottrina, per quanto essa si riconosca e si senta anche da coloro che poco sono iniziati nella meccanica, pure è stata in questi ultimi nostri tempi presa di mira da illustri stranieri, i quali hanno cercato di rovesciarla per sostituirvi la loro propria.

Barthez nella sua *Nuova Meccanica dei movimenti dell'uomo e degli animali*, e *Dumas* nella sua *Fisiologia* investono la teoria di quell'illustre Italiano con queste due obbiezioni, che io voglio esporre in tutta la loro forza, onde non siavi chi mi accusi di mala fede nel confutare l'altrui opinione. E la prima si è

" Che non può al ribalzo di una molla para-
" gonarsi il salto dell'uomo, perchè le ossa, ed
" in generale la macchina umana non è dotata di
" quella elasticità di cui è dotata la molla :

L'altra ci dice

" Che nell'arco formato da quelle due righe,
" l'accorciamento della corda che esternamente
" ne fascia l'articolazione piegata, produce solo
" uno sforzo, per aumentar l'angolo di quell'ar-
" ticolazione medesima ; quindi è che la riga

" superiore tende ad alzarsi, e si alza effettiva-
" mente ruotando sopra il centro dell' articola-
" zione, e l' inferiore tende a premere sempre più,
" e di fatto preme il pavimento. Lungi adunque
" dal distaccarsi dal suolo, l' arco sempre più
" per l' azione di quella corda debbe appog-
" giarvisi. ,,

Nessuna replica può farsi alla prima obbiezione, perchè essa si riferisce a cosa che non ha mai sognato di dire il *Borelli*. Questi non ha mai detto che la macchina animale si slancia da terra in virtù di una elasticità residente nelle ossa delle articolazioni piegate, o nelle articolazioni medesime. Per facilitare l'intelligenza della sua dottrina ha paragonati i due fenomeni del balzo e del salto, ed ha mostrato che si producono nella stessa guisa, in quanto che in ambedue il centro di gravità prende un movimento per allontanarsi dall' ostacolo: ma non ha mai detto che la causa è la medesima, come voi stessi rileverete da quanto ho esposto qui sopra.

Nè più felice è la seconda: al ribalzo di qualunque molla elastica, e generalmente di qualunque siasi corpo elastico, oppor si può lo stesso ragionamento, dal quale risulterebbe che questi corpi non potrebbero mai spiccarsi indietro all' in-

contro di un ostacolo insuperabile: ma la natura per agire non attende i nostri ragionamenti. Tutti i suoi fenomeni sono il risultato di alcune poche leggi primordiali, la cagione delle quali non è dato all'uomo di scoprire. " Molto avrem fatto (di-
" ceva *Cristiano Ugenio*) se saremo giunti a ca-
" pire il come vadano le cose che sono esistenti
" nella natura; chè quanto poi al perchè vadano
" così, io stimo non esser cosa possibile all'umano
" ingegno l'intenderla, o il giugnerla per via di
" conghietture. „

Ora tornando all'argomento, è vero che non si comprende, e l'avvertimmo anche sopra, come quella forza, la quale per restituire ad un corpo elastico la sua figura, premendo un insormontabile ostacolo, si rivolga, per dir così, indietro onde operare tutto l'effetto dalla parte opposta all'ostacolo medesimo. Ma il fatto è così: si dice che il *Borelli* ha felicemente spiegato il meccanismo del salto, perchè egli ne ha assegnata la cagione, ed ha mostrato come questa agisce, confrontandolo col fenomeno del balzo dei corpi elastici, e facendo conoscere che quei due fenomeni si producono nella medesima maniera.

Il violento sforzo che si fa per raddrizzare un'articolazione, infatti non è egli, riguardo all'effetto,

la stessa cosa che una forza elastica, la quale tutta ad un tratto nascesse nell' articolazione per produrre quel raddrizzamento medesimo?

Se *Barthez* e *Dumas* avessero filosofato sopra la salita dell' acqua nel vôto, certo che essi avriano rigettata la spiegazione del *Torricelli*. Questo degno scolare del divin *Galileo* insegnò al mondo che dalla gravità dell' aria dipendeva il fenomeno; nè alcuno si avvisò d' interrogarlo sopra la natura del peso dei corpi.

Vendicata dagli attacchi la teoria borelliana, vediamo almeno come quegli autori abbiano pensato per la spiegazione del salto, e quindi a quali fondamenti siano appoggiati gli edifizj che tentavano innalzare sopra le rovine dell' italiana dottrina.

Mi potrei quasi risparmiare di farlo, perchè quei due scrittori si sono confutati a vicenda; pure, mi si permetta che io investa le loro opinioni con armi, delle quali non hanno essi fatto uso.

Barthez stabilisce per fondamento della propria dottrina, che non può farsi il salto senza la contemporanea piegatura e il raddrizzamento di due articolazioni disposte in senso contrario l' una dell' altra, mentre l' esperienza tuttogiorno lo contraddice, giacchè, come ho sopra osservato, si salta con la semplice piegatura e col raddirizzamento

di una sola articolazione. Il *Dumas* rammenta lo scheletro di un destrissimo saltatore, cui mancando i femori, non poteva questo saltare per mezzo delle articolazioni del calcagno e del ginocchio, le quali, secondo il *Barthez*, sono le principali che l'uomo impiegar debbe per istaccarsi dal suolo.

Ma supponiamo come vuole l'autore " che il " salto non possa esser prodotto se non vi è il " concorso dell'azione degli estensori delle due " articolazioni della gamba che si seguono, es- " sendo disposte in sensi alternativi, e che sono " state precedentemente piegate.

" Gli estensori (segue egli a dire) di queste " due articolazioni consecutive della gamba, im- " primono all'osso intermedio di esse dei movi- " menti di projezione attorno ai perni di queste " articolazioni, i quali determinano quest'osso a " girare con le sue estremità attorno di un centro " di rotazione variabile, di modo che quest'osso, " non ruotando più circa un punto fisso, può " esso seguire il movimento che risulta da quei " che gli sono stati impressi, staccarsi dal suolo " e saltare. ,, *Sono queste sue parole*.

La meccanica c'insegna, per vero dire, che se per avventura una forza agisce sopra un corpo libero a sè medesimo senza passare pel di lui centro

di gravità, ei prende un moto giratorio intorno al detto centro di gravità, ed un movimento di translazione; ma tutto ciò non avviene se il corpo non sia libero. Ora io non vedo come a questo caso voglia *Barthez* ridurre il moto della tibia. Se quest'osso non fosse nelle sue estremità legato con le articolazioni, una delle quali lo fissa al suolo, e quelle forze potessero in qualche modo operare sopra di lui, certo che ei concepirebbe quella rotazione e nel tempo stesso un moto di translazione, ma, impedito come egli è, non si può considerare isolatamente dal femore e dal tallone, con i quali forma un solo sistema: non reggono allora i ragionamenti di quell'autore, perchè in questo caso non può seguire il moto di rotazione della tibia: si dirà forse da taluno che quest'osso concepisce quel moto di rotazione quando è libero, e distaccato dal suolo, ma bisognerà sempre spiegare come si fa questo distacco.

Pure fingiamo anche che possa la tibia prendere quella rotazione, ed obbedire al moto di translazione che acquista il suo centro: onde ne venga il risultato di *Barthez*, conviene che ei dimostri che quel moto di translazione far si debbe di basso in alto in una direzione verticale: e non basta che ei dica: " L'osso può seguire il moto

" che risulta da quei che gli sono stati impressi, " staccarsi dal suolo e saltare. ,, Conviene che ei dimostri quale è la direzione della risultante che produce questo distacco; altrimenti con lo stesso diritto, col quale egli asserisce dover l'uomo staccarsi da terra, noi dir possiamo che dee ricadervi.

Lungo sarebbe e tedioso se io ripetere volessi le poco felici spiegazioni che *Barthez* deduoe dalla sua falsa teoria, di alcuni fenomeni che scorgonsi nel salto ordinario, fenomeni tutti che risultano come necessaria conseguenza della teoria del *Borelli*; aggiungerò soltanto che quasi, non contento egli delle proprie teorie, in altro luogo ci dice " che nel salto il corpo è scagliato dal giuoco delle " estremità inferiori, come dal giuoco di un brac- " cio ruotante è scagliata una fionda ,,; e di più pretende che le braccia, le quali taluno alza nel saltare, giovino al salto come le ali al volo degli uccelli, per causa della resistenza dell'aria, e la più leggiera riflessione ci fa da tal ragione concludere tutto l'opposto.

Del resto *Barthez* in tutti i suoi discorsi affastella in tal guisa le parole, moti di translazione, di rotazione, di projezione, che per riconoscerne la fallacia è necessario avere le più chiare e distinte idee di quei movimenti, e delle leggi di essi.

L'opinione di *Dumas* sopra la natura del salto è una modificazione di quella di *Barthez*, onde non fa mestieri trattenermi a parlarne; lo stesso *Dumas* d'altronde non la espone che come semplice conghiettura.

Io solo discorro di questi due illustri oltramontani, perchè, meritevoli essi a più titoli di elogi, ingiustamente ne ottennero a scapito della italiana filosofià nelle dottrine del salto; pure a gloria del nostro *Borelli* potremmo citare le teorie che di quel fenomeno hanno dato un *Majore*, un *Hamberger*, un *Haller*, ed altri molti, i quali o hanno detto in modi diversi quello che disse l'illustre Italiano, o hanno esposte dottrine che a noi sono pervenute insieme alle loro confutazioni.

A voi ora mi volgo, Giovani valorosi, N. N., ornamento di questo splendido Liceo, e cara speranza della patria, a' cui vantaggi fra poco saran dirette le vostre cure.

Quest'Adunanza è a voi consacrata, e per voi particolarmente io dettai questo scritto. Testimonio de' vostri studj nelle matematiche discipline, e giudice dei vostri progressi nell'arduo cimento con tanta lode da voi superato, godo quest'oggi il piacere sì grato al mio cuore, di vedervi pubblicamente condecorati del grado di architetti

ingegneri. Molto, o Giovani, sudaste per ottenere tanto premio; molto, nol vi dissimulo, vi resta ancora a sudare ove in tutta la loro estensione correr vogliate i campi di sì difficile scienza. Gramo colui che solennemente decorato della Laurea in qualche disciplina, tutti si avvisa di averne attinti i misteri dalla bocca di chi lo istrusse: le cure di un maestro, dice *Tullio*, servir denno più di stimolo che di addottrinamento alla gioventù volonterosa.

Animati da nobile entusiasmo di superare coi vostri studj, o di eguagliare almeno i geometri più celebrati, sentirete in voi quell' attiva impazienza che non è paga delle acquistate cognizioni, ma cerca di ampliarle, e dilatarne i confini, imprimendo nuove orme per intentato cammino.

Infinite saran le vigilie, incessanti le pene per giungere a meta cotanto sublime, ma non si esce che a tal costo dalla odiata mediocrità, e i soli nomi degl' inventori levano grido immortale, e risplendono invidiati nel tempio della gloria.

Se mirerete a questo scopo, l' evento, o Giovani, coronerà le vostre speranze.

DISCORSO SECONDO.

Del Salto Mortale e Salto Tondo.

Rare volte addiviene che i fenomeni naturali possano così giustamente calcolarsi da non riscontrare un divario tra il risultato dell' analisi e l'operazione della natura. Basta che la causa svelata dal filosofo debba di necessità produrre quell' effetto, perchè il fenomeno possa dirsi spiegato; che poi non se ne abbia la precisa misura, perchè ci manca la stima di quella cagione, e del mezzo col quale essa opera, ciò, a parer mio, non vuol dire che l'ipotesi debba tenersi per falsa: io per questo, parlando di cose che si riferiscono alla meccanica animale, non mi tengo obbligato al rigore delle geometrie.

Le dottrine del *Borelli* da me difese nel precedente ragionamento non solo rendono luminosa ragione del salto dell'uomo, ma si estendono anche a spiegare i salti de' diversi animali, e tutti gli accidenti che s'incontrano in que' movimenti. Onde questa fecondità di teoria si riconosca, giova presentarla in poche linee nella maniera la più generale. Qualunque animale non si slancia da terra, e generalmente da un ostacolo cui si appoggia,

senza indurre rapidamente un cangiamento di posizione nelle sue membra.

Ora quella forza che produce questo cangiamento, la contrazione cioè dei muscoli, debbe riguardarsi come una forza di elasticità, almeno rapporto all' effetto, la quale nasce in quel momento nel corpo, per cui esso prende una figura diversa da quella che aveva, ed il suo centro di gravità un movimento, pel quale questo centro, ed in conseguenza il corpo, si allontana dall'ostacolo, se quell' ostacolo gli resiste; così per ispiegare qualunque distacco da terra si consideri la disposizione delle membra dell' animale nel momento prima del salto, sia essa la disposizione naturale, o l' animale l' abbia presa a bella posta pria di slanciarsi dal suolo; in seguito abbiasi attenzione al cambiamento, che l' animale induce in questa disposizione saltando, e si vedrà che nel passare da una disposizione di membra all'altra, il centro di gravità, e quindi l'animale sarà costretto ad allontanarsi dall' ostacolo, in quella guisa appunto che avverrebbe se le membra dell' animale fossero elastiche, se una forza comprimente le ritenesse nella disposizione precedente il salto, e se l' annullamento di quella forza lasciasse libera l' elasticità di esse, per far loro

prender la disposizione che la violenta contrazione dei muscoli gli dà nel salto. La direzione poi e la grandezza dello slancio dipende dalla direzione e dalla quantità del moto che prende in quella circostanza il centro di gravità. Dopo tutto questo, facilmente si comprende come il saltatore può spingere in avanti o in addietro il suo salto verticale, e come la corsa che talvolta ei fa precedere, ne accresca lo slancio nella direzione orizzontale. La piegatura o inclinazione all'orizzonte che il saltatore dà al suo tronco nell'istante medesimo che ei raddrizza le articolazioni per saltare, è la causa di tutto. Si salta in avanti o in addietro secondo che in avanti o in addietro s'inclina il corpo. Allora infatti nell'allungamento delle articolazioni degli arti inferiori, prendendo il centro di gravità un moto in direzione obbliqua all'orizzonte, egli è forza che descriva per aria una curva parabolica, e che vada l'uomo a ricadere in un punto più o meno lontano da quello d'onde ei si era spiccato dal suolo. Con simile ragionamento si può spiegare l'influenza del correre nella estensione del salto: avvertiamo però che nell'uno e nell'altro caso l'uomo slanciato da terra contrae i muscoli, per piegare l'articolazione dell'anca o del ginocchio secondo

che salta avanti, o addietro, onde portare le estremità inferiori a piombo sotto il centro di gravità del corpo al terminare del salto.

Egualmente s'intende come certi animali, p. e. le cavallette, le pulci, ed altri facciano dei salti sì prodigiosi a confronto della lunghezza del loro corpo. La struttura delle loro gambe ammette una gran ripiegatura delle articolazioni; quindi un tempo più lungo nel distenderle, ed in conseguenza per un tempo più lungo la forza di contrazione dei muscoli agisce per comunicare movimento al centro di gravità. A questa si aggiunga un'altra cagione, la quale nasce dalla disposizione e lunghezza degli arti. Il centro di gravità, nel distendersi che essi fanno, in un certo tempo, e per un certo grado di raddirizzamento dell'articolazione, descrive uno spazio maggiore di quello che ei farebbe se gli arti fossero più corti; di qui maggiore velocità, quindi maggiore estensione nel salto.

Ma veniamo a parlare di una singolarissima modificazione del salto. Ci riferisce *Mercuriale* nella sua aurea e classica opera, *Ginnastica* degli Antichi, che gli Atleti, onde saltare con più violenza, avevano per costume di caricarsi le mani con certi pesi detti *alteri*. Confusamente però ei parla della loro figura, nulla del peso e della ma

niera con la quale si maneggiavano nello spiccarsi dal suolo. Queste due ultime cognizioni ci sarebbero necessarie per istimare il grado di vantaggio che potea ricavarsi dall'uso di quei contrappesi, la cui utilità mi diviene sospetta non vedendoli adoperati dai nostri giocolatori di forze; pure andrò via via esaminando gli effetti tutti che debbon da essi dipendere, onde si congetturi come possano arrecare vantaggio o scapito al saltatore.

E primieramente consideriamo l'uso di questi pesi sollevatori nel semplice salto verticale. Caricate le mani di essi, io mi immagino che nell'istante precedente quello in cui si raddrizzano le articolazioni del ginocchio e del calcagno, il saltatore alzasse rapidamente le braccia così caricate come per gettarle in alto insieme con quei pesi, giacchè non si fa diversamente anche con le mani vôte. In questa guisa la massa composta delle braccia e dei pesi prende un movimento di basso in alto, ed all'istante nel quale i muscoli che attaccano le braccia alla spalla impediscono un ulteriore allontanamento di questa massa, il di lei movimento necessariamente comunicar si debbe a tutto il corpo del saltatore, quindi esso concepir debbe una velocità per andare di basso in alto, tanto minore di quella delle braccia, quanto la massa

del corpo dell'uomo è maggiore della massa di quelle braccia medesime. Se a quel momento poi l'uomo si slancia da terra, parmi evidente che allora il salto debba divenir maggiore, poichè al movimento che può dare al tronco la contrazione degli estensori delle articolazioni, si unisce l'altro che il tronco ha già ricevuto per quel giuoco di braccia.

Ma per meglio spiegare il mio concetto, fingiamo che dagli angoli superiori di questa bigoncia, d'onde ho l'onor di parlarvi, pendano due corde incapaci di rottura, cui siano raccomandate due grossissime palle di artiglieria. Sianvi al disotto accomodati due mortai, onde accendendosi scaglino verticalmente quelle due masse. Non è egli vero che allorquando le palle gettate in alto dall'esplosione della polvere, si saranno innalzate quanto loro permettono le lunghezze di quelle corde, non potranno più proseguire senza condurmi per aria, e dividere in conseguenza il loro moto con me e con questa famosissima bugnola? Io almeno ne sono così persuaso che non vorrei restarvi dentro nel tempo della sperienza.

Nè mi si obbietti che il paragone non corre, giacchè la forza che getta in alto quelle palle di artiglieria non è insita in me, come è quella con cui il saltatore rapidamente solleva le braccia;

imperocchè, riguardo alla comunicazione del moto che da quei pesi si fa al corpo cui sono attaccati, non importa sapere d'onde, nei momenti antecedenti, sia venuta la forza indicata. Che l'innalzamento dei bracci, caricati anche, se vogliamo, di pesi sollevatori possa essere di vantaggio al saltatore, si rileverà quando riflettasi che non può esso ottenersi senza la distensione dell' articolazione dell' omero, la quale se eseguiscasi contemporaneamente a quello delle articolazioni del ginocchio e del calcagno, avremo un maggior numero di articolazioni che si distendono nel salto; quindi, giusta il dimostrato nel precedente Discorso, più s'innalzerà il centro di gravità di tutto il corpo, e più grande sarà lo slancio da terra.

Ma gli *alteri* o pesi sollevatori potrebbero anche far giovamento al saltatore, coll' aggravar semplicemente il di lui corpo, collocati sulle spalle e sul capo, o ritenuti nelle mani senza che queste si alzino indipendentemente dal salto. Questo sembra un paradosso, pure è così. Le testimonianze degli antichi scrittori ce lo affermano, e chi è qualche poco iniziato nei misteri della meccanica ne intende la ragione Reso più grave il corpo del saltatore per l'aggiunta di quel tanto peso, maggior tempo s'impiega nell' estendere le articolazioni che producono il salto.

E siccome da' muscoli in azione scaturiscono continuamente momenti di forza, come dalla gravità momenti di peso, e questi si accumulano in un corpo libero su cui que' muscoli agiscono, quindi è che continuando per maggior tempo l'azione, maggiore sarà la forza che acquisterà il corpo dell'uomo per islanciarsi da terra, e quindi più grande effettivamente ne sarà il distacco. Nè creda taluno avere io opinione che qualunque peso di cui si aggravi il corpo del saltatore, possa esserli vantaggioso per saltare. Sonovi certi limiti al di là dei quali ne verrebbe più scapito che guadagno; e per ben comprendere tutto questo, supponiamo che abbiasi una pallina di sughero eguale in volume ad una palla da schioppo di piombo. Se nascesse gara tra noi per iscagliare in aria a maggior distanza una di quelle palline, io non dubito punto che ognuno vorrebbe gettare quella di piombo: e sì che questa è più pesante dell'altra, ed oppone all'aria la stessa superficie. Non così però avverrà se quei due globi, uno di sughero, l'altro di piombo, saranno del volume di una palla di cannone da breccia, allora ognuno cangerebbe consiglio, e credo che non si troverebbe tra noi chi fosse a portata di palleggiare questa massa di ferro. E qui sento una folla di

obbiezioni che potrebbero farmisi contro questa opinione, alle quali per rispondere converrebbe che io rammentassi quanto a questo proposito scrisse il degno scolare del divin *Galileo*, il *Torricelli*, parlando della natura dell'urto e della percossa; ma la brevità del tempo lo vieta, ed io non posso che appellarmi all'auree lezioni di quel grandissimo Filosofo.

Quei pesi sollevatori possono adoperarsi per dare una maggiore estensione al salto in senso orizzontale. Tenendoli nelle mani s'incomincia a farli oscillare colle braccia a guisa di pendoli negl'istanti che debbono precedere il salto, quindi giunte le oscillazioni a certa estensione, uno si slancia da terra, abbandonando nel tempo stesso quei pesi.

In questa circostanza, allorchè anche il corpo è per aria, nell'istante che precede l'abbandono degli *alteri*, le spalle sono tirate da una forza obbliqua all'orizzonte, e nella direzione precisa che hanno allora le braccia, quindi nella spalla agiscono due forze, una verticale di alto in basso, la quale distrugge una porzione di quella con cui il corpo s'innalza, e l'altra orizzontale, la quale agisce per aumentare lo slancio orizzontale.

Del resto in altra occasione io mi propongo di parlare su i limiti, e la determinazione degli *alteri*, e sui modi, con i quali vogliono maneggiarsi, onde ottenerne il massimo vantaggio nei salti.

Ma lasciando a parte ulteriori dettagli ed applicazioni ai semplici distacchi dal suolo, che pur curiosi ed interessanti sarebbero, quando si riferissero al salto dei serpenti e dei pesci, io mi accingo a parlare del salto mortale.

Io penso che gli antichi non conoscessero questo giuoco di forza e di destrezza, giacchè non trovo che ne abbiano fatto parola: certo che ai nostri tempi, sebbene pericoloso, è però comunissimo. Si racconta che trovandosi Carlo V in Bologna, un giocolatore adattò fuori di una finestra certi tavoloni, sui quali fece il salto mortale quando passava il Monarca. Carlo V non avvertito, non vi pose attenzione, ed avendo poscia invitato il saltatore a ripeterlo, questi gli rispose, che una sola volta in tempo di sua vita debbono ripetersi siffatti azzardosissimi esperimenti.

Nel salto mortale l'uomo si ravvolge per aria intorno a sè medesimo in un piano verticale, ed impunemente ricade sul suolo appoggiandovisi co' piedi. Osservando attentamente un saltatore

si vede che egli si prepara a questo salto come al salto ordinario, ripiegando cioè le articolazioni inferiori per raddrizzarle onde spiccarsi dal suolo. Mentre ei fa questo raddrizzamento piega rapidamente il tronco, e la testa abbasso curvandosi verso del ventre (se il salto mortale far si debba per avanti); distaccatosi poi da terra rannicchia le estremità inferiori verso del tronco, e così aggomitolato si ruota per aria. Questo è il fatto.

Ora per ben concepire come avvenga, io la discorro così. Se tesa una fune orizzontale da una parete all'altra di questa stanza, un saltatore l'accavalciasse nel mezzo, e volesse ravvolgersi attorno di questa corda, basterebbe che ei rapidamente piegasse in avanti o in addietro il suo tronco, giacchè allora si ruoterebbe a guisa di un pendolo circa al punto di sospensione. A produrre questo movimento non solo agisce la gravità, ma ancora per qualche parte la forza impressa dalla contrazione dei muscoli flessori dell'anca, e queste due forze portano il tronco non solo al punto d'onde era partito, cioè a compire una intera rotazione, ma ancora al di là per cominciarne una nuova.

Supponiamo che dando una validissima stratta a questa corda, giunga essa in virtù di sua forza

elastica a scagliare per aria il saltatore che già si ruotava intorno alla medesima. La meccanica ci insegna che questo corpo scagliato non perderà la sua rotazione, e che anzi nel tempo, in cui muovesi per aria in vitrù dell'impulsione della corda, girerà intorno a sè stesso. Egli avrà due movimenti, uno di translazione ed uno di rotazione, movimenti che non si turban tra loro.

Ora piegate che abbia l'uomo le articolazioni inferiori, supponiamo che senza distenderle e mantenendole immobili e fisse rapidamente, contragga i muscoli flessori del tronco intorno all'articolazione dell'anca.

Egli è evidente che in questo modo il tronco a foggia di un pendolo prenderà un moto di oscillazione intorno al perno di quell'articolazione, come avveniva appunto al saltatore accavalciato alla corda. Questo pendolo composto è animato da due forze: la prima è la forza acceleratrice costante della gravità; e la seconda è prodotta dalla contrazione di quei muscoli, che è anche essa forza acceleratrice, sinchè dura la contrazione medesima.

Mercè di queste due forze se l'uomo non fa ulteriore movimento, il tronco di natura sua si ruota abbasso, e si piega verso la coscia, la quale,

essendo fermata al pavimento per l'appoggio che vi hanno i piedi, distrugge ogni movimento già da quel tronco concepito.

Ora se nel tempo stesso che il saltatore piega il tronco per far quel pezzo di rotazione, ei violentemente distenderà le articolazioni inferiori, onde slanciarsi da terra, in guisa che pria d'aver compita quella porzione di rotazione egli abbia abbandonato il terreno, allora la scossa passerà diversamente. Il saltatore per aria si troverà nella situazione di colui che la fune sopra menzionata aveva lanciato via, e che era obbligato a conservare quel moto di rotazione preconcepito: sarà quindi egli obbligato a ravvolgersi per l'aria. Ma presentiamo con più precisione questa dottrina. Il tronco del corpo gira intorno al perno dell'articolazione dell'anca a guisa di pendolo, finchè quel centro è fisso, e quindi sinchè i piedi si appoggiano al pavimento; ma dall'istante in cui ne sono allontanati, non si può più considerare; nè effettivamente succede il moto soltanto del tronco indipendentemente da quello degli altri membri, i quali si muovono insieme con lui. Il corpo dell'uomo, libero ed isolato per l'aria in virtù delle forze che lo animano, prende allora un movimento, e nell'analisi di questo tutta consiste la spiegazione del salto mortale.

Dal momento in cui il corpo, di già piegato in avanti per l'inclinazione del tronco, si è slanciato dal suolo raddrizzando le articolazioni inferiori, tre forze agiscono sopra di lui. 1. La gravità la quale opera dall'alto al basso in una verticale direzione che passa pel centro di gravità di tutto il corpo. 2. La forza d'impulsione che il corpo riceve da quel raddrizzamento delle articolazioni per ispiccarsi da terra, e questa forza agisce dal basso all'alto in una verticale che passa per il perno dell'articolazione dell'anca, e quindi distante dal centro di gravità. 3. La forza concepita dal tronco rotando in virtù di quella prima piegatura, intorno al centro di detta articolazione, pria che i piedi abbandonino il suolo: forza che si comunica a tutto il corpo, e la cui direzione è tangente alla curva descritta dal centro di oscillazione del tronco, e passa per questo centro; questa relativamente alla seconda trovasi dalla banda opposta del centro di gravità ed opera dall'alto al basso.

In virtù di queste tre forze, una delle quali passa pel centro di gravità, mentre le altre due passano da una banda e dall'altra di questo centro, ed agiscono sul corpo del saltatore quando è nel grembo dell'aria; e quindi libero di preu-

dere qualunque movimento, ei prenderà come ci insegna la meccanica due moti, uno di translazione ed uno di rotazione. Mercè la prima e la terza forza, cioè della gravità, e di quella concepita dalla prima piegatura del tronco, il centro di gravità del saltatore, quindi il suo corpo è spinto al basso, ed in virtù della seconda, cioè della forza dello slancio dal suolo, quello stesso centro è gettato in alto. In principio la seconda forza la vince sopra queste due; ma la gravità agendo continuamente estingue a poco a poco l'effetto di quella forza di slancio, finchè, annullato affatto, il corpo ricade al suolo. E questo è tutto il moto di translazione.

La seconda e la terza forza poi, cioè la forza di slancio, o sia quella con la quale il saltatore si slancia dal suolo a tronco già spiegato, e quella concepita nella prima piegatura del tronco, operano da parti opposte, riguardo al centro di gravità, la seconda spingendo dal basso all'alto, mentre la terza spinge dall'alto al basso, quindi è forza che il corpo concepisca un movimento di rotazione, che non è più in libertà del saltatore di reprimere; così il corpo, nel tempo stesso che si distacca dal suolo e vi ricade, ruota intorno a sè stesso, e termina in questa guisa quel

giro, che egli avea cominciato, con la flessione del tronco.

Onde ne riesca poi felicemente il salto mortale, conviene che il tempo, il quale richiedesi a fare quella intiera rotazione sia minore della somma di questi tre tempi: 1.° quello che s'impiega a distendere le articolazioni delle estremità inferiori; 2.° quello che impiega il centro di gravità a pervenire al suo massimo inalzamento; 3.° in fine quello che questo centro impiega nel ricadere. Nè tal differenza di tempi debb'essere troppo grande, imperocchè il saltatore incomincerebbe allora un'altra rotazione, la quale se non potesse terminarsi ei resterebbe sacrificato. È però in di lui mezzo allungare o abbreviare qualche poco la somma di quei tempi, ranicchiando o distendendo le estremità inferiori onde toccare più presto o tardi il terreno.

Del resto per fare un salto mortale basta prepararsi come pel salto ordinario, quindi piegare rapidamente il tronco avanti o addietro nel tempo stesso che uno si slancia per aria col raddrizzare le articolazioni delle estremità inferiori: il resto segue di sua natura; ed il saltatore, da che si è in questa guisa slanciato per aria, non ha più il potere d'impedire la rotazione del suo corpo.

Ha una certa analogia col salto mortale, il così detto *salto tondo*, imperocchè il corpo ha due moti anche in questo salto, uno di traslazione ed uno di rotazione. Questa rotazione però si fa in un piano paralello all'orizzonte. Facilissima è la spiegazione di questo salto: nel tempo stesso che il saltatore contrae i muscoli estensori delle articolazioni inferiori, contrae anche quei che fanno ruotare il corpo intorno a sè stesso in senso orizzontale. Il corpo si slancia da terra dotato di questi due movimenti; quindi ei gira per aria e ricade al suolo dopo aver fatto una o più rivoluzioni orizzontali, secondo che con maggiore o minore violenza il saltatore avrà contratti quei muscoli rotatori.

DISCORSO TERZO.

Della Leggerezza nel Correre.

Fu detto a ragione che i libri augusti nei quali la natura ha registrate le sue verità, ritrovar non si ponno che con la face della sperienza, e che sendo scritti in lingua matematica, è solo dato ai Geometri interpretarli. Poche linee e poche cifre formano le radici di un sì sublime e preciso linguaggio: con queste il Sapiente di Siracusa primo vi lesse le leggi dell'equilibrio: con queste il *Galileo* quelle del moto; con queste il *Neutono* le leggi dei corpi celesti che collocati ad immense distanze, ora nascondendosi, ora comparendo alla nostra vista, parea che amassero di esser creduti

Libera sponte sua cursus lustrare perennes.

E con queste *Alfonso Borelli*, anatomico e matematico insigne, vi ritrovò la stima e la misura delle forze, che cagionano i movimenti nei corpi più sottoposti al nostro dominio, voglio dire negli animali e nella nostra macchina stessa.

Ma le sperienze vogliono essere con sagacità instituite, e la geometria non debbe applicarsi che ottenuta una piena cognizione del fenomeno. Se il filosofo lascia libero il freno alla fantasia ei

corre il rischio che i risultati del suo calcolo, esatti nelle supposizioni fatte da lui, non convengano colle operazioni della natura, e quindi la scienza ne ritragga più danno che vantaggio.

Sono infatti queste discordanze le armi di cui si giovano taluni onde asserire di niuna risorsa esser la matematica nei diversi rami di filosofia naturale, e particolarmente in quello che alla stima delle forze animate si riferisce.

Ed a proposito di fissata estimazione, siccome argomento grandissimo contro l'applicazione della geometria alla misura di quelle trar si potrebbe da un risultato, cui l'analisi condusse il profondo geometra *Lambert*, e dopo di esso il *Prony* e *Gregorio Fontana*, così a difesa della matematica scienza mi credo in dovere dimostrare, che se un tal risultato è affatto contrario alla sperienza ciò non deesi attribuire a quella scienza divina, ma all'essere stata malamente applicata, e che riguardando il problema nel suo vero aspetto, può la meccanica somministrarci esatta spiegazione del fenomeno, cui appartiene.

Io seguirò l'esposizione del *Fontana*, la quale è intieramente ricavata dai ragionamenti e dai calcoli degli altri due. In un discorso pronun-

ziato da quel Geometra in occasione non dissimile dalla presente, ed in seguito dato alla luce, parlando egli della Meccanica animale soggiunge: " Ma fra i varj movimenti che l'uomo eseguisce " con quella meccanica sì artificiosa e mirabile, " havvi una particolarità, che, quantunque dal " *Borelli* sia stata intieramente trascurata e pas- " sata in silenzio, parmi però meritare tutto lo " studio e la considerazione del Geometra. Que- " sta consiste in quelle rapidissime corse, che " vediamo talvolta eseguirsi da alcuni robusti e " velocissimi corridori, i quali, come spogliati " della natural gravità, sembrano volare quasi " sospesi per aria, e battendo appena sul suolo " le piante non lasciano quasi orma o vestigio " sopra l'arena che calcano. ,,

In seguito per ispiegare come questo succeda ei la discorre così: " Ad ogni passo che l'uomo " fa camminando, il centro di gravità del suo " corpo, che trovasi, come ognun sa, situato nella " regione inguinale, descrive un arco di cerchio " il quale ha per semidiametro la retta condotta " dal centro di gravità alla pianta del piede che " posa in terra, mentre l'altro si alza e si avanza. " Egli è poi manifesto dalla teoria dei moti cur- " vilinei, che nel moto di un corpo per linea curva

" qualunque nasce nel mobile uno sforzo centrifugo
" con cui tende a scostarsi dal centro della sua
" rivoluzione, se il moto è circolare, o dal centro
" del cerchio osculatore della curva descritta,
" se questa è diversa dal cerchio. Ora un tale
" sforzo, per li noti Teoremi Eugeniani della forza
" centrifuga, ha per misura la massa del mobile
" moltiplicata pel quadrato della sua velocità, e
" divisa per il semidiametro; dunque, data la velo-
" cità con la quale un uomo si muove, potrà trovarsi
" quella forza centrifuga per cui ei gravita sempre
" meno sul suolo, e supponendo che questo sforzo
" centrifugo debba essere di una grandezza deter-
" minata, potrà allora trovarsi quella velocità,
" che è capace di produrlo, la quale sarà espressa
" dalla radice quadrata del raggio moltiplicato
" per quel dato sforzo, e diviso per la massa del
" corpo; e di qui deriva una maniera facile e
" pronta di ritrovare qual velocità aver debba un
" uomo che corre per poter concepire nel centro
" di gravità del suo corpo un tale sforzo centri-
" fugo che giunga per l'appunto ad eguagliare e
" contrabbilanciare il suo peso. In questo caso il
" semidiametro dell'arco circolare che viene de-
" scritto ad ogni passo dal centro di gravità del
" corpo umano, non altro essendo che l'indicata

" linea retta, la quale congiunge il detto centro
" col punto di mezzo della pianta del piede im-
" mobile, trovasi tal linea avere in un uomo di
" statura ordinaria la lunghezza di 2,58 piedi.
" La misura poi della gravità terrestre, come in-
" segna la teoria delle forze acceleratrici, non è
" altro che il doppio della caduta di un grave
" dalla quiete in un secondo di tempo, ed in
" conseguenza è espressa da 30,2 piedi.. Molti-
" plicando ora questi due numeri, e dal prodotto
" 77,916 estraendo la radice quadrata, trovasi
" 8,82 che esprime in piedi la velocità ricercata.
" Dunque allorchè un uomo corre con una ve-
" locità di nove piedi per secondo, egli acquista
" una forza centrifuga, che squilibra e bilancia tutto
" il peso del suo corpo. Dunque correndo con
" questa velocità l'uomo cessa di gravitare sopra i
" suoi piedi, e resta talmente librato in aria che
" i piedi non agiscono se non come se respinges-
" sero la terra indietro. ,, Fin qui il *Fontana*(1).

(1) Il *Lambert* nelle Memorie di Berlino del 1757, poi il *Prony* nella sua Architettura Idraulica, erano giunti allo stesso risultato. Può fare specie come uomini sommi abbiano fatto tale sbaglio. Se essi avessero studiata maggiormente quella operazione della natura, non si sarebbero ingannati nell'applicarvi la Matematica. Certo se l'uomo camminasse, come essi suppongono, il calcolo andrebbe a dovere.

Ora io non so concepire come questo Geometra abbia potuto accontentarsi di tali ragionamenti, o almeno come, allo sfuggire dalla sua penna quel risultato, ei non ne abbia all'istante riconosciuto l'assurdo. Se io non parlassi a dottissimi uomini, ed a perspicaci giovani, mi abbisognerebbe farvi osservare che il camminare dell'uomo, considerato a passo per passo, non può assomigliarsi al movimento di un'asta, che, appoggiandosi inclinata all'orizzonte, riceve da forza esterna un urto per alzarsi ed inclinarsi dalla parte opposta, pel che il suo centro di gravità descrive assolutamente un arco di cerchio, ed in conseguenza il suo movimento è allora assoggettato alle leggi dei moti circolari. Nel moto dell'uomo il capo ed il tronco si piegano in avanti, e così si abbassa il centro di gravità, mentre per l'allungamento dell'arto posteriore, ottenuto con l'estensione del piede, facendosi un certo moto di rotazione sopra l'anteriore, il detto centro tende ad alzarsi e a descrivere un arco. Mi converrebbe soggiungervi che lo stesso arto anteriore alcun poco si accorcia, e discende per questo il centro di gravità; e che in fine la forza medesima, pella quale l'uomo è portato, nel fare un passo, perpendicolarmente sopra la gamba anteriore, non

da una causa estranea, ma è prodotta dall'impulso che fa il piede posteriore sul pavimento, pel quale impulso questo è premuto assai più che se l'uomo vi si appoggiasse fermo; cosa affatto contraria a quello che vuole il *Fontana*.

Quando uno si appoggia sopra due piedi, e forma con le gambe un triangolo scaleno, il teorema della decomposizione delle forze c'insegna quanto ciascun piede preme perpendicolarmente il pavimento. Tale sforzo perpendicolare eguaglia il peso totale dell'uomo moltiplicato pel seno dell'angolo d'inclinazione del rispettivo piede, e pel corso di quello d'inclinazione dell'altro piede, diviso poi questo prodotto per il seno della somma dei due angoli; e se si brama in forma analitica questa eguaglianza, chiamando F lo sforzo che fa il piede sul pavimento; a il suo angolo d'inclinazione; b quello dell'altro piede; p il peso dell'uomo, si avrà $F = \frac{p \text{ sen } a \cos b}{\text{sen } (a+b)}$. Così il piede posteriore distendendosi per procurare il movimento dell'uomo, dovrà fare uno sforzo maggiore di questo, ed in conseguenza anche maggiormente premere il pavimento, e tanto più premerlo quanto più celere dovrà essere la corsa.

Pure concedasi, se si vuole, come vero il ragionamento del *Fontana*: egli dopo aver parlato della velocità dell'uomo, applica subito lo stesso risultato a spiegare come possa dirsi con qualche sembianza di verità

Vola il corsier lieve qual aura o vampa
E sulla molle arena orma non stampa.

Ora chi non vede quanto diverso sia il movimento del cavallo da quello dell'uomo? La stessa posizione del centro di gravità del cavallo, il meccanismo col quale ei si muove, nulla ha di comune col moto circolare che *Fontana* ha preteso rinvenire nell'uomo: di più, parlando egli di quella forza centrifuga da lui determinata, soggiunge: " Ella è questa forza centrifuga, la quale " fa che i fanciulli, calzando i pattini, passano " con tanta franchezza sopra una sottil lastra di " ghiaccio, la quale ad ogni picciol peso sovrap- " posto si spezzerebbe. ,,

Io sfido adesso qualunque giocolatore di apparizioni a farci vedere nel movimento di un ragazzo, che sdrucciola su pel ghiaccio, quei successivi archi, che secondo il *Fontana*, descrive il centro di gravità di un uomo che cammina. Nel movimento sul diaccio tutte le membra del corpo conservano la medesima posizione le une rispetto

alle altre, e si fa soltanto qualche sforzo obbliquo al pavimento, quando bisogni ristorare il moto, che per lo sfregamento si era diminuito.

Ma lasciando a parte queste riflessioni, che alla fallacia del ragionamento appartengono, consideriamone il risultato, la stravaganza del quale doveva esser bastante a rigettare i principj da cui era dedotto.

La velocità con la quale un uomo camminando non gravita sopra il terreno, e resta come librato per l'aria, è dunque, al dir del nostro geometra, di piedi 8 e quattro quinti per secondo: ora con questa celerità si fanno 5 miglia e mezzo in un'ora: dovrem dunque noi dire che un uomo, il quale vada da Pavia a Binasco in due ore di tempo, nessuna pressione egli faccia nei luoghi ove appoggia i suoi piedi? E che sarebbe avvenuto a quel velocissimo Niso, di cui ebbe a dire il Cantor di Mantova,

Primus abit, longeque ante omnia corpora Nisus;
Emicat, et ventis et fulminis ocior alis.

Certo che la gravità non avria dovuto essergli così molesta, da farlo cadere al suolo e bruttare nel sangue dei sacrificati giovenchi.

Hic juvenis jam victor ovans, vestigia presso
Haud tenuit titulata solo: sed pronus in ipso
Concidit, immundoque limo sacroque cruore.

Nè io voglio qui trattenermi a mostrare quali ne verrebbero da quel risultato, stranissime conseguenze, contraddette continuamente dalla più comune sperienza: pochi istanti mi è ancora dato di ragionarvi, ed in questi mi propongo dar la spiegazione di quel fenomeno che, a parer mio, non è soggetto ad alcuna eccezione.

Una palla d'artiglieria posata sopra un pavimento cedibile si affonda di una certa quantità in un certo tempo, oltre il quale non cangia eternamente di situazione. Ora egli è ben naturale a concepirsi, che se io rimovo questa palla alla metà di quel tempo, che essa impiegar debbe a farsi, come dicono, il letto, l'infossamento sarà minore, e se fia la medesima rimossa dopo un centesimo, un millesimo di quel tempo, ancor men profonda sarà l'orma lasciata da quella. Lo stesso si dirà del nostro grave posto sopra un'asse, così debole da doversi piagare per la pressione; e se quest'asse è capace di spezzarsi per il peso del grave, egli è certo che essa non si romperà altrimenti, quando se ne rimova il grave, prima che sia seguita la piegatura sotto cui si spezzava; anzi io penso che non si andrebbe lontani dal vero quando tra le successive sempre crescenti curvature di quella tavola di legno si stabilisse la

legge " che le saette degli archi fossero in ra-
" gione delle quarte potenze dei tempi impiegati
" a produrli. " Se ora considero la medesima palla d'artiglieria in due stati diversi di moto, cioè, prima dotata di una velocità capace di percorrere su quel pavimento dieci piedi per secondo, e quindi capace di farne venti, è manifesto che in qualunque punto fisico del piano essa si tratterrà nel primo caso per un tempo doppio di quello pel quale vi si trattiene nel secondo. Così supponendo che questi tempi siano minori del tempo che dovrebbe impiegarsi acciocchè la palla si profondasse quanto può nel pavimento, le tracce lasciate in quei due movimenti saranno diverse di profondità, e sarà moltissimo più profonda la prima della seconda.

Ciò premesso, ognun vede che la ragione per la quale un uomo, un cavallo e qualunque altro animale, non lascia quasi vestigia sopra un suolo, che ei traversa correndo, mentre vi segna orme ben distinte, quando vi si aggrava passeggiando tranquillamente, non è già perchè in virtù della velocità sia diminuita la sua gravità, ma perchè i suoi piedi tanto meno restano in un luogo quanto ei va più veloce; e si comprende ora egualmente come talvolta poco soffre un uomo, sul corpo del

quale, per un disgraziato accidente trapassi rapidissimo un cocchio, mentre ei si trova fracassate le membra, se piccola ne era la celerità. Nè io qui ho considerata per nulla quella forza céntrifuga, che nasce dal farsi questi movimenti sopra la superficie sferica della terra, imperocchè il calcolo delle forze centrali ci dice che un corpo per concepire anche uno sforzo centrifugo soltanto capace di scemare di un diecimillesimo il suo peso, avere dovrebbe una velocità atta a descrivere due miglia in ogni minuto primo, la quale neppure possiedono i più rapidi corridori.

Ed ecco, s'io non m'inganno, liberata la Matematica dall'errore di cui poteva essere addebitata da taluno, cui per sua sventura avendo la natura vietato l'ingresso nel santuario della Filosofia, non sapeva egli che può errare il Geometra, la Geometria non mai.

RAGIONAMENTO

FISICO-MECCANICO

SOPRA I BALLERINI DI CORDA

MEMORIA

PUBBLICATA IL 15 DICEMBRE, 1809.

Io credo che tra i diversi giocatori di forze, niuno abbia giammai arrecato tanto allettamento all' animo dei riguardanti quanto il ballator sulla corda. Quel muoversi infatti, correre, rivoltarsi ed andar barcolloni a guisa d'imbriaco sopra una sottilissima fune con la stessa sveltezza, con la quale noi passeggiamo sul pavimento; quell' attender, per dir così, ai propri affari quasi sospeso per l'aria; quello slanciarsi in alto e scherzare sulle piume dei venti come spoglio di peso; quel ricadere appunto nel solo luogo ove si trova l'incertissimo appoggio, quasi che il funambolo prenda a scherno la gravità, che in ogni momento lo aggrava per stramazzarlo al suolo e punirlo di un tanto ardimento, sono operazioni che piacevolmente sorprendono il più freddo ed indifferente osservatore.

Ho spesse fiate veduto dei ballerini di corda, ed i loro movimenti hanno sempre in me svegliata la più gran meraviglia; ma ciò che più di tutto mi ha colpito, si è stato il vedere che essi reputano aver dato il maggior contrassegno d'abilità, quando giungono a ripetere i loro giuochi senza quell'asta impiombata che hanno costumanza di tener nelle mani: bisogna dunque ben dire che quel tanto di peso e così conformato, del quale si gravano, non solo loro non rechi alcuno imbarazzo, ma anzi sia per taluni l'àncora della speranza, giacchè senza di esso non si azzardano a quel cimento. Dell'ajuto che porta un tale strumento ho divisato di far parola.

§ 1.° Tendiamo col pensiero un canapo da una parete all'altra di una stanza, ed attacchiamoci l'estremità di una mazza pesante. Se io vorrò che quella mazza attaccata alla fune resti a perpendicolo, in due modi il potrò conseguire. Il primo sarà di lasciarvela penzoloni, ed il secondo di porla in bilico sopra la corda. Quello mi è facile, e durevole ne è la situazione della mazza; questo, difficile e passeggiero, me ne è l'appiombo; imperciocchè quell'insegna sbilanciata per qualche accidente, torna nel primo caso come spontanea al suo posto, e nel secondo sempre più se ne al-

lontana e precipita abbasso; e quindi niun conato abbisogna per mantenerla penzoloni, ma continui sforzi ci vogliono per conservarla in quel bilico.

§ 2.° Dalla Meccanica poi rigorosa dimostrazione si ricava di questa dottrina, la quale c' insegna che in due situazioni esser vi può l'equilibrio di un corpo sospeso ad un perno; quando cioè il di lui centro di gravità è nel punto il più basso al disotto del perno, e quando esso è nel punto più alto; e qui per centro di gravità giovi rammentare che sogliono i meccanici intender quel punto di cui impedita la caduta, tutto il corpo vien sostenuto, nè vi è più pericolo che si precipiti; attorno di questo punto si contrabbilanciano gli sforzi delle parti materiali del corpo, ciascuna delle quali vorrebbe dal canto suo sopraffare le altre, e strascinare l'intiero corpo all'ingiù, quindi il grave si mantiene bilicato sopra quel punto; se poi si aggravasse o si alleggerisse da qualche banda quel corpo, allora il centro di gravità non si troverebbe più in quel luogo di prima, perchè a causa di quella aggiunta o alleggerimento, attorno di lui non si distruggono più i conati della gravità, ma sarebbe quel centro in altro sito, cui bisognerebbe apprestare un sostegno se impedir si volesse il precipizio del corpo.

E ci dicono i canoni della Meccanica, che per l'equilibrio, in cui il centro trovasi al disopra del punto di sospensione, non avvi stabilità, e che il centro, spostato un poco dalla verticale, più non vi torna, senza che una causa a lui straniera ve lo sforzi, mentre, al contrario, nel secondo caso dell'equilibrio, il corpo quasi spontaneo da sè stesso riprende l'equilibrio perduto.

§ 3.° Ora il ballerino di corda ritrovasi per l'appunto nelle circostanze di quella mazza, che mantener si debbe in equilibrio appoggiata col suo piè sul sottoposto canapo. Egli ha di bisogno di sforzi continui per conservare il centro di gravità nel perpendicolo che passa per le piante de' suoi piedi, giacchè i più piccoli movimenti che ei faccia, allontanando quel centro dalla verticale, gli cagionerebbero irreparabile caduta, se il mezzo ei non avesse di ricondursi appiombo sul canapo.

Questa facilità di riportare il centro di gravità al luogo d'onde si era spostato, la ritrae il funambolo da quel contrapposto, ed eccomi a decifrare i modi con i quali esso presta questo uffizio al ballerino.

§ 4.° Non avvi alcuno, per poco iniziato che sia nelle meccaniche, il quale non sappia che il centro di gravità di un uomo, caricato come si voglia

di pesi, cangia di luogo se di luogo pur cangi alcuno di questi, e si trasporti per esempio da una banda all'altra del corpo dell'uomo; di modo che detto centro, il quale si ritrovava al fianco destro dell'uomo, se ei nella mano destra era caricato da un peso, passa al fianco sinistro se con l'altra mano egli prenda a sostenere quel grave, e lo porti effettivamente alla banda sinistra. La rapidità poi con la quale si fa tal passaggio, ognun facilmente comprende che deriva da quella con cui si eseguisce il cangiamento di sito del grave. Consideriamo ora il funambolo che passeggia sul canapo, e tiene con ambe le mani quell'asta aggravata nei due capi con guarnitura di piombo. Per quanto ei ponga tutta la cura nel mantenersi dritto sopra la corda, pure il suo centro di gravità esce quasi ad ogni istante fuori di una base sì stretta quale si è la grossezza del canapo; allora il ballerino, abbandonato al proprio peso, sentendosi inclinare per esempio alla banda destra, spinge rapidamente quel bastone impiombato alla sinistra; con siffatta operazione ei si rende più grave da questa banda, ed in tal guisa verso di essa ritrae il centro di gravità, che di già incominciato aveva a cadere, e adagio adagio il conduce nel perpendicolo della fune.

§ 5.° Ottenuta così una sicura posizione, il ballerino si raddrizza e si compone, come egli era in principio, per esser subito pronto a ripetere lo stesso giuoco, ove il bisogno lo chiegga; così col trasportare il contrappeso nella banda opposta a quella, nella quale il funambolo si sente cadere, egli ha un mezzo di rimettersi in equilibrio sul canapo, e giocolare, senza temere di stramazzarsi al suolo, perchè (io lo ripeto) con quella operazione ei rimette sopra l'appoggio il suo centro di gravità, il quale essendosene allontanato, mancava allora di sostegno, e quindi impedita non era la caduta del saltatore.

§ 6.° Questo lavoro del contrappeso è quello che mi si è presentato a prima giunta alla mente; ma più maturamente riflettendo e studiando il fenomeno, io sono pervenuto a discoprire che per un altro più recondito principio quell'asta presta il debito ufficio, di maniera che se non debbe escludersi affatto la prima summenzionata cagione, essa è però di gran lunga meno efficace a difendere il saltatore dalle cadute, di questa seconda.

Ed infatti ragionando meco medesimo la discorreva così: se il vantaggio del contrappeso nasce dal trasportarlo ora a destra ed ora a sinistra, e perchè mai ha egli quella figura? Non sarebbe

forse meglio impiombarlo nel mezzo, piuttosto che nei suoi capi; fare il contrappeso più corto ed uniformemente pesante; o in vece di esso tenere in ogni mano una palla d'artiglieria, giacchè in questa foggia più facilmente potrebbe trasportarsi il centro di gravità a destra ed a sinistra, alto e basso, come si cerca di conseguire col maneggio di quella disadattata lunghissima pertica? Certo che se l'ufficio del contrappeso fosse solo il qui sopra descritto, c'insegna la meccanica che sarebbe indifferente la sua figura, purchè costante restasse il suo peso.

§ 7.° Onde acquistare dei lumi per dirigermi in siffatte ricerche volli consultar la sperienza. E primieramente interrogati diversi funamboli, tutti concordemente si unirono ad assicurarmi che da quella figura trae il contrappeso il suo pregio; che se ei fosse aggravato di quel tanto piombo nel mezzo piuttosto che nei suoi capi, niun vantaggio arrecherebbe al saltatore, che anzi a lui sarebbe piuttosto dannoso; che l'uffizio del contrappeso è di somministrare un appoggio al ballerino; che questo appoggio diveniva più valido, se maggior lunghezza si dava, e si rendeva più pesante il contrappeso aggravandone specialmente le estremità: in riprova di ciò mi faceano osservare che

più corti ed aggravati da minor quantità di piombo erano i contrappesi dei ragazzi, perchè a questi bastava un più debole appoggio, mentre più lunghe e pesantissime aste adoperar doveansi da coloro che si accingevano a ballar sulla corda caricati sopra le spalle di un uomo; ed infine mi assicuravano che ad essi nè anche sarebbe bastato l'animo di far pochi passi sopra la corda, se avessero cercato di sostenersi tenendo nelle mani due palle d'artigliera come io loro proponeva.

Nè volli accontentarmi di queste risposte, ma allettati a tentare di camminare sopra la corda con un'asta preparata a bella posta dello stesso peso di quella da loro usata, ma la metà di lunghezza, a stento potè un ballerino fare due passi, perchè diceva egli, che non trovava appoggio in quell'istrumento; se poi solamente nel mezzo del contrappeso ponevasi quel tanto di piombo, oh allora sì che neppure il più destro saltatore riusciva a spiccare un passo sul canapo. Egli poi per ragione allegava che maneggiandosi quel contrappeso con la facilità con la quale si maneggerebbe un ventaglio non si poteva trovare in esso alcun valido appoggio.

§ 8.° Convinto da siffatti parlari e dagli sperimenti, che in quella forma di contrappeso con-

sisteva tutto l'arcano, io mi posi ad osservarne con attentissimo occhio il maneggio.

Il ballerino si colloca a perpendicolo sopra la corda, ed incomincia dal tenere il contrappeso orizzontale. Il centro di gravità, che è nel mezzo dell'asta, e che io aveva fatto contrassegnare per distinguerlo in ogni momento, corrisponde all'ombelico dell'uomo. Le mani che sostengono il contrappeso sono adattate ciascuna alla distanza di circa quindici pollici dal di lui centro, ed i bracci sono in parte ripiegati nei gomiti, onde abbia il saltatore il comodo di distenderli, o di accorciarli. Questa si è la posizione, che allorquando il ballerino è in bilico sopra la corda dar procura al contrappeso. Così armato il funambolo, incomincia a passeggiare, a saltare, e che so io, sopra la corda, e quando egli si sente alcun poco inclinare alla banda destra, con la destra mano distendendo il braccio, spinge rapidamente abbasso il contrappeso, e lo solleva dalla banda opposta col braccio sinistro, ripiegandone il gomito. In simil guisa ei fa prendere al contrappeso un movimento di rotazione attorno prossimamente al suo centro di gravità, il quale centro io riconobbi, che in questo moto non istà fermo, ma procede alla banda sinistra ove il contrappeso s'innalza, se, come

noi abbiamo supposto, il ballerino minacciava caduta alla destra. Con una siffatta operazione, nella quale quei saltatori dicono che trovano appoggio nel contrappeso, il funambolo che stava per cadere verso la destra trova il mezzo di rimettersi in sesto appiombo sul canapo, e continuare i suoi giuochi.

§ 9.° Ora a me pare che il saltatore spingendo con la mano destra abbasso quell' asta impiombata (se era per cadere alla destra) rispinga in certo modo sè stesso in alto verso la sinistra, e col braccio sinistro contemporaneamente innalzandola, ei ravvicini sè medesimo alla banda sinistra, e così riguadagni la desiata posizione verticale. Ma onde avviene egli mai tutto questo? I due bracci del saltatore, i quali uniscono la di lui spalla destra con una porzione del contrappeso, e la sinistra con l' altra porzione di quello strumento, possiamo, riguardo all' uffizio che debbono prestare, riguardarli per un momento come due molle, delle quali una debbe allungarsi, ed è quella che rappresenta il braccio da cui è abbassato il contrappeso, e quindi allontanato dalla spalla, l' altra contemporaneamente dalla banda opposta accorciandosi. Ora nel distendersi quella prima molla, come essa slontana per lungo tratto quel pezzo di asta dalla spalla, così per qualche spazio

spinge anche indietro la spalla medesima; ed egualmente l'altra molla avvicina nel tempo stesso il contrappeso alla spalla e questa a lui. Questo strumento, restio, come sono tutti i gravi ad acquistar movimento, esercitava quella renitenza, cui piacque a *Keplero* dare il nome d'inerzia, e produceva uno sforzo in contraria direzione sul braccio stesso, che lo tolse dalla prima situazione. Quindi, spinta abbasso la parte destra di quell'asta, la spalla dell'uomo, che già incominciava a precipitare dalla stessa banda, era, in virtù di quella reazione, sospinta in alto, ed allora rimesso l'uomo in piombo sulla fune. Per la medesima ragione, mentre ripiegandosi il gomito sinistro, s'innalzava la parte sinistra del contrappeso, e in questa guisa avvicinavasi esso alla spalla sinistra del ballerino, anche questa spalla medesima era ricondotta a sinistra verso il contrappeso, e quindi rimessa al sito, d'onde si era spostata quando il ballerino, inchinando alla destra, avea incominciato a precipitare da quella banda.

Dunque il funambolo coll'indurre nel contrappeso quel moto di rotazione allorchè s'accorge di uscire dal perpendicolo, è rimesso in bilico sulla corda da due possanze, le quali si tenevano, per dir così, celate in quello strumento,

finchè dalla violenza con cui lo ha mosso il saltatore non erano obbligate a manifestarsi. Questi infatti nello spingere abbasso il contrappeso da una banda, è dal contrappeso medesimo sospinto in alto in opposta direzione appunto, e col sollevare dall' altra banda quell' asta, è da essa richiamato verso di lei.

Ne è inutile anche in questo incontro quell'altro modo di azione del contrappeso, da me spiègato di sopra, imperciocchè, andando sempre il di lui centro di gravità dalla parte ove il contrappeso s' innalza, cioè dal lato opposto a quello ove il corpo s' inclina per cadere, il contrappeso tende anche col suo movimento a riportare il centro di gravità del saltatore nell' appiombo del canapo; questo uffizio però è di poca conseguenza, giacchè non ho mai veduto che un ballerino adoperi il contrappeso senza dargli quel moto di rotazione; ed io ho a bella posta fatta maneggiare quell' asta senza che il di lei centro di gravità cangiasse situazione, nè per questo si è trovato in alcun imbarazzo il saltatore.

§ 10.° Ma dirà taluno, a che serve ella dunque la figura del contrappeso? Se la contrarietà che egli ha nel muoversi è la causa del vantaggio arrecato al saltatore, e perchè non piuttosto dalla

massa, ripete quello strumento il suo pregio, mentre appunto tal contrarietà o reazione si asconde, come si esprimeva il *Galileo*, dentro alla crassizie ed alla corpulenza della materia, e riesce più grande se più grande si renda la massa del corpo?

La risposta a questa obbiezione scaturisce dall'analisi, cui io mi accingo, di una siffata reazione.

Quell'asta impiombata resiste a prendere un movimento di rotazione; ora si sa dalla meccanica che in siffatti movimenti la resistenza, nella quale tutta consiste l'energia del contrappeso, è proporzionale ad una quantità che chiamasi esponente del momento d'inerzia, cioè, poste tutte le altre cose eguali, è proporzionale alla somma delle diverse particelle pesanti, le quali compongono il corpo rotante, moltiplicate ciascuna pel quadrato della distanza respettiva dall'asse di rotazione.

Ora ognuno facilmente comprenderà che se quelle parti materiali, le quali componevano il contrappeso in vece di disporsi in un'asta di una certa data lunghezza, per esempio 8 braccia, si ravvicinassero tutte verso del mezzo e componèssero un'asta più grossa, ma la metà o il quarto, e così via discorrendo, di lunghezza, allora la somma di dette parti materiali moltiplicate ciascuna nella respettiva distanza dal centro di gra-

vità, per cui passa l'asse intorno al quale si ruota il contrappeso, sarebbe assai minore in questo secondo caso, di quello che saria stata nel primo, e ciò perchè nel secondo caso per quanto resti il medesimo il numero delle parti materiali, diminuiscono però le loro distanze, pel quadrato delle quali doveano esse moltiplicarsi. Quindi ne segue che dovrà il saltatore trovar più debole appoggio nel contrappeso più corto; mentre, pel contrario, più valido sostegno ei ritroverà nell'asta che vie maggiormente resisterà a concepire quel moto di rotazione, o che, dotata dello stesso peso di un' altra, avrà maggior la suindicata misura di quella resistenza.

§ 11.° Ma esaminiamo puntualmente tale avvantaggio di quello strumento. Un contrappeso di mezzana grandezza io l'ho pesato e ritrovato di 8 libbre, così dette grosse, di peso, delle quali $2\frac{1}{2}$ erano il piombo che ne guarniva l'estremità. La lunghezza ne era di otto braccia milanesi, ed il diametro di circa $\frac{1}{12}$ del braccio. Ora attenendomi a questi dati, io per comodo di conteggio suppongo che il contrappeso sia un'asta cilindrica di quindici piedi parigini di lunghezza, e di $\frac{15}{100}$ nel diametro. Le guarniture poi di piombo io le fingo conformate in due palle attaccate nei due capi di

quell'asta, ed introducendo opportunamente queste misure nelle formole, che ci dà la meccanica per valutare in tal caso quell'inerzia o contrarietà a concepire il moto di rotazione, trovo una quantità numerica che ne rappresenta la grandezza.

Se poi suppongo che quel contrappeso abbia un sol piede di lunghezza, e siano in mezzo a questo piede di qua e di là dal centro di gravità incastrate due palle di piombo, le quali rendano questo corto pezzo di legno così pesante come quel primo intiero contrappeso, io ricavo dalle suindicate formole la misura della di lui resistenza a ruotare, e la ritrovo 1328 volte minore della prima; eppure questi due contrappesi erano di egual numero di libbre! Così la stessa quantità di materia, conformata in quell'asta di 15 piedi di lunghezza, come abbiamo supposto, presta al funambolo un appoggio in aria 1328 volte più valido, di quello che essa gli darebbe se componesse un randello lungo un solo piede.

§ 12. E qui si potrebbe col sussidio dell'algebra valutare precisamente, quanto sia lo sbilancio che può essere corretto dall'azione di questo contrappeso, e tutti gli accidenti di questo fenomeno: ma non per questo io credo che vantaggio alcuno trar ne potrebbero i ballerini di corda.

In tale esercizio come in moltissimi altri, i sensi molto più c' insegnano di quel che far possa la ragione, e qui si verifica pure quel detto del divino Poeta

. . . . *dietro i sensi*
Vedi che la ragione ha corte le ali.

Ma se è così prodigiosa la resistenza di quel contrappeso ad essere inclinato, e come non avviene egli che quando il ballerino si è restituito appiombo sulla corda, nel rimettere orizzontale il contrappeso, che egli a bella posta inclinò, non esca di nuovo dal perpendicolo e ritorni a cadere da quella banda, d'onde lo rialzò la valutata energia del contrappeso medesimo?

Facile è la risposta a questa obbiezione, ove si rammenti che noi abbiamo soltanto considerato il rapporto che passa tra le renitenze che il contrappeso, conformato in diverse fogge, ha nel concepire il moto di rotazione supponendolo però egualmente velocitato in ogni caso, o che sempre ruoti con la stessa velocità angolare; chè se io vorrò stimare la quantità assoluta di siffatta contrarietà mi abbisognerà tener conto di quella maggiore o minor prestezza, con la quale vorrò che segua la rotazione. Di questa prestezza appunto tien conto la meccanica, e m' insegna che l' espo-

nente del momento d'inerzia debbe moltiplicarsi allora per la celerità angolare in quel movimento di rotazione, giacchè a questa espressione è eguale la somma delle resistenze assolute, che le particelle del corpo oppongono ad essere velocitate in siffatto moto di rotazione.

E di qui pur ne deriva che tanto più cresce la resistenza di un medesimo contrappeso quanta è maggiore la rapidità con cui si vuole che ruoti, mentre una tal resistenza è insensibile se molto adagio si muova il contrappeso medesimo. Il ballerino adunque, con quanta rapidità egli può, inchina abbasso questo strumento allorchè vuol rimettersi in sesto sul canapo; ed una volta che ha riguadagnata questa posizione, lentamente riconduce quell'asta alla situazione orizzontale. Pel che se gran resistenza essa spiegò, quando il funambolo rapidamente la distolse dalla primiera direzione orizzontale, quasi niuna ne presenta mentre a poco a poco vi è ricondotta. Se altri poi mi chiedesse cosa sia questa forza di resistere impressa colà dentro agli arcani invisibili delle materie naturali, la quale non isviluppa la sua energia, se non se nell'opporsi a qualunque azione che violenti i corpi per farli passare dalla quiete al moto, o per alterare questo moto medesimo; e

che più potente si mostra quanto più gagliardo è il nemico da combattere, io risponderei, che non lo so, e forse non lo sapremo giammai; nè perciò verrei a concedere, che non si debba ammettere, mentre tutti i fenomeni del moto ce ne danno la prova.

§ 13.° Io ho detto che il giuoco del contrappeso è di rimettere il centro di gravità del ballerino appiombo sul canapo; ma non bisogna credere che questo centro resti per qualche tempo in tal situazione, che anzi il continuo maneggio del contrappeso, ora a destra ora a sinistra, che specialmente fanno i meno esperti funamboli, dà ragione di concludere, che in siffatti movimenti il centro di gravità senza mai fermarsi va continuamente da destra a sinistra, allontanandosi però pochissimo dal perpendicolo della corda, e quasi oscillando intorno ad esso a guisa di un pendolo. Ed in questa maniera il ballerino per tutto il tempo che ei lavora sul canapo è fuori dell'equilibrio, ed in un continuo andare e tornare da destra a sinistra, e da sinistra a destra, e non si trova nel vero appiombo sopra la corda che nel momento in cui la traversa. Ora il ballerino inclina per precipitare alla destra, e con l'ajuto del contrappeso passa alla banda opposta, dalla quale,

mercè lo stesso contrappeso, torna alla destra, e così si rimette sempre in bilancia, non continuando quelle cadute che avea incominciato.

E prova ancora manifestissima di tutto questo la danno i funamboli, i quali si accingono a ballar sulla corda senza l'asta impiombata: loro servono di supplemento le braccia e le gambe, che essi sollevano ora a destra, ora a sinistra secondo che all'una o all'altra banda vogliono trasportare alcun poco il centro di gravità. Neppure un minuto secondo conservano la stessa posizione, e continuamente sono in movimento coi bracci e colle gambe, il che non avverrebbe se per qualche tempo il lor centro di gravità si trovasse nel perpendicolo. Allora infatti ognuno di quei movimenti sbilancerebbe e ne ritrarrebbe pregiudizio e non avvantaggio: che poi sia moltissimo più difficile il mantenersi sopra la corda senza l'ajuto dell'asta impiombata, sostituendo ad essa il maneggio delle braccia e delle gambe, direttamente rilevasi da quanto di sopra mostrammo.

Ma tronchisi ormai la molestia ed il tedio del mio sconcio ragionamento. Mi spinse a meditare sui modi onde i danzatori di corda riescono a fare quei pericolosissimi movimenti non solo la nobiltà dell'argomento, che nobile io reputo qualunque

ricerca che alla filosofia naturale appartenga, ma ben anche la stima che debbesi ad una classe di sì destre persone; che se ai dì nostri si annoverano esse tra i saltimbanchi, tra i ciurmatori e cerretani, a noi non a loro, imputar debbesi la colpa, mentre in bene altro pregio sono tenuti i ballerini di corda da alcune illuminate nazioni.

Nel paese dei Liliputti, (ed io credo a Gulliver che vi ha viaggiato; sebbene le mirabilie che egli racconta di pigmei alti 6 pollici, di giganti alti 150 piedi, di cavalli periti nelle scienze, nelle arti e nelle lettere, di sovrani potentissimi in aeree dominazioni, e mille altre bizzarrie lo abbiano reso sospetto appo la maggior parte degli scrupolosi lettori) nel paese dei Liliputti, dico, non praticano l'esercizio di danzare sopra la corda che quei che aspirano ai grandi impieghi e desiderano diventare i favoriti della corte. Essi dall'infanzia sono addestrati a sì pregevole esercizio, che principalmente conviensi alle persone di alto rango.

Vacando una delle grandi cariche del regno non vi è promosso se non quello tra i concorrenti il quale alla presenza del suo sovrano balla sopra la corda più alto, senza cadere al suolo; ed i primi ministri in certi tempi dell'anno debbono

rinnovare la prova della loro abilità saltando sulla corda; egli è vero che in questi cimenti, dove ognuno tenta di andare più su degli altri, e con la propria destrezza, e con fare accortamente tremare il canapo quando vi balla il suo competitore, accadono talvolta delle disgrazie rompendosi il collo qualche personaggio, ma ciò non arreca nessun disturbo agli spettatori, i quali subito rivolgonsi al ballo del successore che sperano più abile del primo.

Anzi è in tanta estimazione il danzar sulla corda, che i primi rudimenti di questo esercizio fanno una parte essenziale dell'educazione di quei popoli. Si vuole, diceva un Filosofo Liliputto interrogato da *Gulliver*, si vuole che la gioventù di buon'ora conosca, che può taluno senza vera abilità, ma per audacia e per fortuna innalzarsi, ma che o prima o poi cadrà più precipitosamente abbasso, e sarà lo scherno di quei medesimi che poco anzi gli tributavano una smodata ammirazione.

RAGIONAMENTO

FISICO-MECCANICO

SU I BALLERINI DI CORDA MOLLE

Le meraviglie della natura sì fattamente da ogni banda circondano l'uomo, che egli non può girare uno sguardo, o stendere una mano senza incontrarne. Questa immensità di portenti, tutti variati, tutti grandi, anco nelle cose che il volgo suole come piccolissime dispregiare, ha in ogni tempo invitato alla contemplazione quegli ingegni, cui il cielo è stato cortese dispensatore di dotta curiosità.

E nelle arti, nei mestieri, nei maneggi ed esercizi della vita civile, e negli stessi nostri divertimenti e passatempi, queste meraviglie medesime, vie maggiormente sorprendono, perchè l'uomo, aggiungendovi alcuna cosa, per così dire, del suo, con l'arte le ha svolte e piegate a produrre qualche utile o dilettevole effetto.

Così essendo, io mi confido, o Signori, che non troverete indegno della maestà di questo

luogo, della severità delle vostre occupazioni e della nobiltà della circostanza, il soggetto sul quale ho divisato alcun poco di trattenervi, per quanto esso, annunziato, sembri a prima giunta rasentare il piacevole ed il giocoso.

Altra volta da questa bigoncia ebbi l'onore di discorrere sui ballerini di corda tesa, e principalmente mi trattenni a svelare il magistero del loro contrappeso: ora farò parola dei funamboli sulla corda penzolone o molle, e m'ingegnerò di rendere ragione dei loro mirabili movimenti.

Incomincio pertanto dall'osservare, che ove i primi poco sicuri si risguardano se il canapo su cui danzano non è disteso, stirato quanto più si può, e fisso sopra gli appoggi; i secondi, al contrario, tanto minor rischio corrono, quanto esso è più lento, pieghevole, e facile a girare attorno gli estremi ritegni. I primi tutta la salvezza loro ripongono nel contrappeso quando sono in procinto di cadere, mentre con quello si ripongono in bilico; i secondi sarebbero irremissibilmente perduti se adoperassero quello strumento.

I ballerini sulla corda tesa si slanciano in alto, e certi di ricadere sul punto d'onde balzarono, scherzan per aria come spogli di peso. Gli altri, al contrario, non possono abbandonare il canapo,

e distaccarsi da esso. I primi in tutti i movimenti tengono d'occhio le estremità del canapo teso; i secondi non vi pensano neppure. Bisogna dunque concludere che diversissimi sono i due esercizi, e che le ragioni le quali ad uno si convengono per comprendere come debba succedere, nulla hanno che fare per ispiegare gli accidenti dell'altro.

Conosciuta questa differenza veniamo alla soluzione del problema. " Come mai avvenga che " i ballerini i quali ballano sulla corda molle, " non abbiano bisogno per tenersi in equilibrio " del contrappeso, e che anzi questo sarebbe la " di loro rovina se l'adoperassero. ,,

Ma perchè io mi possa rendere più facile l'esposizione di siffatta soluzione, mi è necessario rammentare alcune verità di meccanica.

In due modi si può con un solo sostegno tenere un corpo sospeso, ed impedirgli di cadere abbasso. Uno si è di porre al disotto di lui un appoggio, l'altro di attaccarlo dalla sua parte superiore. Nel primo caso il centro di gravità del corpo è più alto del sostegno, nel secondo è più basso. E qui per centro di gravità giovi rammentare che sogliono i meccanici intendere quel punto, del quale impedita la caduta, tutto il corpo è sostenuto, nè avvi più pericolo che esso corpo

precipiti: attorno di questo centro si contrabbilanciano gli sforzi delle parti materiali, ciascuna delle quali vorrebbe dal canto suo sopraffare le altre, e strascinare l'intiero grave all' ingiù, quindi esso si mantiene fermo e bilicato attorno di questo punto medesimo. I canoni poi della meccanica ci insegnano, che nell'equilibrio, in cui il centro di gravità trovasi disopra del punto di sospensione, non avvi stabilità, cioè a dire il centro spostato alcun poco dall'appiombo, più non vi torna, se una forza estrinseca non ve lo riconduce; mentre al contrario nell'altro caso, cioè quando il grave è sospeso dalla parte superiore, ed il centro suo di gravità si trova sotto la sospensione, se è desso alcun poco dall'appiombo levato, da sè medesimo, e come spontaneamente vi torna, e riguadagna il perduto equilibrio.

Collocate in piedi su quel tavolino un bastone, e vi riesca pure di farlo star ritto: ogni piccolo soffio di vento lo farà traboccare giacchè basta che esso giunga a piegarlo un poco, perchè il bastone continui da sè medesimo a cadere, senza potersi più ajutare. Ma se in vece voi lo attaccherete penzoloni ad un chiodo, venga pure allora a rimuoverlo qualunque infuriatissimo aquilone, che non sarà mai valevole ad impedire che

quel bastone faccia continui sforzi per tornare ove lo collocaste, e riprendere così da sè stesso il perduto equilibrio.

Figuriamoci ora distesa e stirata per aria da una banda all'altra di questa stanza, una corda orizzontale, sulla quale passeggi un ballerino; figuriamoci pure che in altra parte da due arpioni confitti uno dirimpetto all'altro nelle stesse pareti di questa aula verso la soffitta, penda un altro canapo, oppure un filo di ferro, e tanto lungo, che la sua sacca s'avvicini al pavimento. Un secondo funambolo si ponga in piedi sul punto il più basso di questa sacca, e dritto vi si mantenga. Tanto l'uno quanto l'altro dei ballerini hanno bisogno di conservarsi in equilibrio se vogliono far prova della loro destrezza. Ma ove il primo, il quale ha l'appoggio sotto i suoi piedi, ed il cui centro di gravità è in conseguenza più alto del punto di sospensione, se alcun poco s' inclina, trabocca ed è perduto, quando non abbia qualche ripiego per raddrizzarsi; l'altro al contrario, essendo sostenuto da quei due arpioni, cui è raccomandato il filo di ferro, e questi essendo più alti di molto del di lui centro di gravità, se nel fare i suoi giuochi, alcun poco egli (il saltatore) si scosta dall'appiombo, da sè medesimo senza

quasi alcuno sforzo vi torna: così appunto accadeva al bastone attaccato penzoloni, di cui sopra parlammo.

Ma e' bisogna però più minutamente ed esattamente considerare tutto ciò che succede al ballerino, nello spostarsi dal suo sito, e nel rimettersi. Quando il corpo del ballerino sulla corda tesa devia per mo' di esempio di un grado dalla linea verticale, e minaccia di cadere, perchè ciò a lui non succeda, è necessario di riportare indietro egualmente di un grado il suo corpo, e rimetterlo appiombo sul canapo. Il nostro ballerino procura ciò di ottenere col trasportare le braccia dalla banda opposta della caduta, e piegare il tronco rapidamente da quella stessa banda, e con siffatti modi ei debbe ritirare all'appiombo di centro di gravità per un grado, giacchè di tanto appunto se ne era scostato. E mentre ciò gli resti difficile, egli si ajuta col contrappeso, di cui or ora rammenterò l'uso. Ma quando la corda è lenta, e fa una gran sacca, se il corpo del ballerino inclina di un grado dall'appiombo verso la destra, in questo inclinare venendo egli a premere indietro obliquamente e a scancio la parte più bassa della sacca stessa ove sono appoggiati i suoi piedi, questi si spingono indietro verso la

sinistra, ed allora torna il centro di gravità ad accostarsi all'appiombo, ed in fine giunge di nuovo a trovarsi sotto i due arpioni che sostenevano il canapo. Così se quel canapo non fosse pieghevole, e se i piedi dell'uomo fossero tanto fortemente uniti che non potessero discostarsi, insomma se tutto il composto del canapo e dell'uomo, formasse, come dicono i meccanici, un *sistema rigido*, cioè una unione di corpi così tra loro collegati, che può essa tutta insieme moversi, senza che quelli cangino le rispettive loro situazioni, allora sarebbe da capo tornato in equilibrio il ballerino di corda.

Ora così non può andar la faccenda perchè, sebbene il suo centro di gravità sia sotto ai punti di sospensione, egli non ostante non essendo sostenuto per l'appoggio dei piedi, che più non si trovano allora immediatamente sotto di esso centro, continuerebbe questo a cadere. Ma ove il primo ballerino sulla corda tesa dovea con gli sforzi suddescritti ritirare per un grado indietro il centro di gravità onde rimettersi in equilibrio, questo sulla corda lenta con molto minore sforzo ottiene l'intento. Ed infatti nel tempo stesso che egli, sentendosi cadere alla destra ed i suoi piedi spingersi verso la sinistra, piega il tronco da

questa banda, e così procura di riportare il centro di gravità al suo luogo, nello stesso tempo, io dico, facendo forza nel luogo medesimo ove sono appoggiati i piedi, viene necessariamente a dar loro una spinta nel verso contrario, pel che essi tornano alla destra d'onde si mossero, e riguadagnano il perduto appiombo. Così mentre il centro cammina per tornare al disopra dei piedi, questi si fanno avanti per andar sotto di lui, e gli risparmiano assai più della metà del viaggio, il qual vantaggio non hanno coloro che ballano sulla corda distesa. Per bene comprendere poi come il saltatore posto sulla corda molle, allora quando per caso o volontariamente piega verso una banda il suo corpo, e così vi spinge il suo centro di gravità, i piedi allora respingano dalla banda opposta la corda, e con essa vadano verso tal banda, e' basta richiamarsi alla memoria quei cani, i quali, condannati a camminare entro una ruota verticale onde farla girare, a misura che camminano per andare avanti, i piedi loro pigiano indietro l'instabile appoggio.

Ho detto qui sopra, che nel caso attuale la facilità che ha il ballerino per ritornare all'equilibrio, viene da ciò che ogni piccolissimo sforzo che ei faccia onde rimettere al suo luogo il centro

di gravità, senza che nè anco esso cerretano se ne accorga, si esercita pure per ricondurre i piedi al primiero loro luogo, cioè, al disotto del centro medesimo per sostenerlo, e che ciò non avviene a quei saltatori sulla corda distesa, giacchè è immobile il luogo ove appoggiano i piedi. Ma il computo di questa facilità non si può mica fare senza l'ajuto dell'algebra; e qui basti il dire che da essa risulta essere nei casi ordinari e comuni anco venti volte minore lo sforzo, che debbono fare i saltatori sulla corda lenta per reggersi, a fronte di quello necessario agli altri funamboli; e che questo sforzo medesimo diventa ancora tanto minore, quanto più alta è la sacca della corda.

Quanto ho dichiarato, se io non mi sbaglio, ci prova come i ballerini sulla corda lenta e pieghevole possono con facilità reggersi senza il sussidio del contrappeso, ma io ho di più detto qui sopra, che se anco l'adoperassero ne avrebbero essi più scapito che guadagno. La verità di questa asserzione si farà manifesta quando si rifletta al come quell' istrumento porta vantaggio ai ballerini sulla corda tesa. Io nella Memoria sopra citata ho dimostrato che il funambolo quando per una minimissima inclinazione si accorge di cadere per esempio alla destra, colla mano destra spinge ra-

pidamente abbasso un braccio del contrappeso, e con l'altra innalza l'altro; così egli il ballerino comunica all'asta impiombata un moto di rotazione. Ora questa asta, restia come sono tutti i corpi a prendere movimento, presenta in questa sua resistenza un appoggio al funambolo per rimettersi in bilico; perchè, mentre la mano destra spinge abbasso il contrappeso, questo resistendo alla mano, produce una reazione, la quale in banda opposta rispinge la mano e la spalla del ballerino verso la sinistra, cioè verso l'appiombo, da cui si era esso alcun poco discostato, e così la rimette in bilico. Qui io non dico che due parole su questo punto, ma nello scritto summentovato tutto è minutamente fatto chiaro e palese.

Ora figuriamoci che anco il saltatore sulla corda molle si provveda pure di quell'asta impiombata, e nello stesso modo tenti con essa rimettersi appiombo sul canapo, da cui aveva cominciato a piegare. Cosa avverrà egli? Esso troverà egualmente in quel contrappeso una resistenza, che gli servirebbe d'appoggio per riprendere l'equilibrio; ma i suoi piedi non hanno un fisso sostegno come nel caso della corda tesa. Essi in quel conflitto si spingono dalla banda opposta, e portano sempre più fuori del piano ver-

ticale il canapo su cui sono appoggiati, e quindi impossibile rendono al funambolo il bilicarsi. Tutto addiviene come in quel caso nel quale taluno, stando in piedi sopra una barca, va essa correndo lungo un muro; se questi temendo di cadere verso del muro medesimo, si appoggiasse a quello con una mano, allora egli rispingerebbe con i piedi indietro la barca, vie maggiormente scostandola, ed inevitabilmente cadrebbe nel fiume mercè quello stesso sforzo che aveva fatto per liberarsi dal temuto pericolo. Delle due altre differenze che ho sopra annoverate tra l'esercizio dei funamboli sulla corda tesa, e quello degli altri sul canapo lento e molle, io non faccio parola, essendo assai facile dopo le cose discorse renderne la ragione.

Vengo ora a dare la soluzione di un altro problema, il quale ha molta rassomiglianza con quello qui sopra risoluto, almeno pei principj cui ha da appoggiarsi la soluzione. " Onde avviene " egli mai, che un cerretano accavalciato ad una " corda lasciata molle e pendente tra i suoi capi, " possa da sè medesimo darsi movimento, ed in- " durre in essa oscillazioni persino d'un quarto " di cerchio al di là, ed al di qua del perpen- " dicolo. "

Se al cerretano fosse concesso appoggiarsi a qualche esterno sostegno, e da esso spingersi indietro, si comprende facilmente come potrebbe egli darsi qualche moto; ma a prima giunta non si vede, come possa farlo nel caso supposto.

Ecco a questo proposito, come credo che vada la faccenda.

L'uomo accavalcioni alla corda nel punto più infimo della sacca che essa fa, tenendosi appiombo, ha il suo centro di gravità il quale resta circa ad un palmo al disopra di quel punto, giacchè questo punto, che serve di appoggio all'uomo resta precisamente al disotto del tronco, nel luogo, detto dagli anatomici *il perineo;* mentre il centro di gravità si trova verso dell'ombellico. Se l'uomo si conserva così appiombo, tutto resta in bilancia, perchè il di lui centro di gravità rimane anco appiombo sul punto di sospensione.

Ora fingiamo che quest'uomo tenendo da una banda e dall'altra con le mani la corda per sua sicurezza, e rivolto dalla banda verso cui ha da oscillare contragga i muscoli flessori dell'anca, onde avvicinare le estremità inferiori al tronco, e questo ad esse. Cosa avverrà egli in tale incontro? Al primo succedere di questa piegatura il centro di gravità dell'uomo si troverà a cader

fuori del suo punto d'appoggio, ed in virtù della gravità inclinando a discendere, opererà obliquamente o per iscancio sullo stesso punto infimo del canapo, e lo farà andare indietro per esempio di un grado. Ivi giunto se l'uomo non fa più alcun movimento il canapo tornerà verso la sua prima situazione ove era in equilibrio, passerà anzi, mercè del conceputo moto, al di là di essa come un pendulo che oscilla, compiendo una piccola oscillazione, e dopo di questa ne farà una seconda, poi una terza, e così via discorrendo.

Ma torniamo a quel primo spostamento del canapo dalla sua situazione d'equilibrio. Fattasi dal canapo quella prima semi-oscillazione di un grado, l'uomo raddirizza l'articolazione dell'anca, e procura di ripiegare indietro quanto può ed il tronco e le estremità inferiori. In questo modo il centro di gravità, il quale si ritrovava davanti del canapo, cioè tra il canapo ed il sito ove il canapo era prima di oscillare, passa didietro di esso. Il corpo dunque dell'uomo a cavallo del canapo, inclina a cadere abbasso dietro alla sacca del canapo medesimo, e non potendo ciò seguire senza che obliquamente sia spinto il canapo verso il luogo d'onde partì, incomincia esso a discendere, e, giunto nel sito il più basso, risale al di là quanto

il comporta la discesa per un grado d'altezza, e la nuova obliqua spinta, che ebbe dal peso dell'uomo. Così, se questo pendolo, discendendo per un arco d'un grado in virtù appunto di questa discesa, è valevole a risalire circa di un altro grado, e se di più la spinta mentovata è capace a farlo ascendere anco un grado, il canapo andrà nella seconda oscillazione al di là della sua situazione d'equilibrio circa due gradi.

Giunto il canapo a questa altezza, l'uomo di nuovo piegando l'articolazione dell'anca, darà una nuova spinta al canapo per tornare indietro, pel che esso, che già aveva gagliardia di risalire quasi a due gradi di altezza dalla banda opposta, si troverà ora con la forza di risalire quasi a tre gradi di altezza, onde egli effettivamente tornerà indietro, e traversando il sito della sua quiete, si spingerà al di là per quei tre gradi, e con questo stesso giuoco di va e vieni l'uomo farà sempre crescere le oscillazioni del canapo, fino anco a ridurle di tal grandezza che salga esso quasi a livello dei punti di sospensione. Per fermare poi queste oscillazioni, il saltatore cessa di adoperare quell'artifizio, ed allora vanno esse a poco a poco diminuendo, e poi intieramente finiscono. Può l'uomo stesso accelerare questo finire delle oscil-

lazioni coll'operare appunto al contrario di quello che fece per produrle.

Ma egli è omai tempo che io ponga fine a questo ragionamento, giacchè la rozzezza del mio dire vincendo la brevità mia e la pregevolezza dell'argomento, avrà forse stancato la vostra benevola condiscendenza.

SOPRA GLI EQUILIBRJ.

DISCORSO ACCADEMICO.

Trovandomi un giorno a vedere alcuni giuochi d'equilibrio, mi venne fatta avvertenza a questo, che quando il cerretano volea tenere ritto e bilicato sur un dito, sul naso o sulla fronte un bastone, una spada o altra cosa qualunque, egli la situava ponendo la di lei parte più pesante in alto, e per reggerla mettendo il dito al disotto della parte più leggiera. Ora facendosi appunto il contrario quando si vuole porre un corpo dritto ed in piedi sul tavolino, sul pavimento e generalmente sur una base fissa e stabile, io non comprendeva il perchè nel primo caso si facesse in quel modo.

Persuaso per altro che il cerretano dovea aver ragione di operare in tal guisa, e confermato anco dalla mia propria sperienza, la quale mi mostrava che assai più difficilmente poteva sostenere in bilico sur un dito un bastone, quando il di lui capo più pesante stava al disotto, io mi accinsi a cercarne la causa negli stessi principj della meccanica.

Ciò che a questo proposito ho speculato, io mi confido che non sia spregevole a segno di non meritare la vostra attenzione; e quindi mi faccio avanti ad esporvelo, dando la spiegazione di quel fenomeno.

Abbiasi un bastone cilindrico, impiombato in una sua estremità in guisa che il suo centro di gravità sia, per modo d'esempio, distante da questa estremità un decimo della lunghezza: ora se io lo collocherò in piedi sul pavimento, quando niuna causa estrinseca cerchi di rovesciarlo, sarà la stessa cosa, rispetto al conservarsi esso in equilibrio, tanto se metterò al disotto la parte più pesante, che se la metterò al disopra: in eterno il bastone non si moverà. Non sarà così per altro se qualche forza verrà a spostarlo dal sito ove lo collocai.

Fingiamo adunque che, collocato che io l'abbia nell'indicata maniera, voi vogliate farlo traballzare; già si sa che egli anco inclinato non traboccherà, finchè la perpendicolare abbassata dal suo centro di gravità cadrà dentro la base; e che anzi, finchè ciò succederà, esso da sè medesimo farà uno sforzo per rimettersi in bilico, e con questo si opporrà a chi lo vuole spostare da quella situazione. Ora quanto il centro summen-

tovato è più lontano dalla base, tanto minore è l'inclinazione che basta dare al bastone, per far sì che quella perpendicolare cada al di là della base, ed egli si rovesci. Così, se basta inclinare dieci gradi il bastone per farlo traboccare quando la estremità più pesante è al disopra, ci vorrà, per es., una inclinazione di trenta gradi, quando essa si appoggia sul pavimento; avranno dunque le forze esterne maggior facilità a gettare a terra il bastone nel primo caso, che nel secondo.

Ma anco per un altro motivo si ha vantaggio dal collocare il bastone col capo più pesante il più basso. Il peso del bastone, che si considera riunito nel centro di gravità, è la forza che si oppone al di lui spostamento; se pertanto noi ci figuriamo condotta una retta da quel centro alla estremità della base, su cui ruota il bastone nel cadere, alla sommità appunto di questa retta sarà applicato il peso del bastone, e questo peso medesimo lo tira con una direzione verticale abbasso, e ne tiene la base come legata al pavimento per contrastare la rotazione necessaria al di lui traboccamento; ma quanto minore è l'angolo che questa linea immaginata fa coll'orrizzonte, cioè, quanto più basso è il centro di gravità, tanto maggiore è il braccio di leva con cui opera il

peso per impedire la caduta; dunque dal situare il bastone ritto appiombo colla estremità più pesante al disotto, non solo se ne rende più difficile la caduta coll'obbligare le forze, che tendono a produrla, ad inclinare il bastone di una maggior quantità, ma ancora col porre il peso nella situazione di fare maggior resistenza, e più gagliardamente opporsi a quelle forze medesime. E così si fa manifesta la ragione della pratica comune di appoggiare sempre dalla banda più pesante i corpi sul pavimento, onde renderne più difficile il rovesciamento.

Ma veniamo a considerare il caso che quel bastone portar si voglia dritto in bilico sul palmo della mano. In questa situazione quando il bastone minaccia di cadere si procura d'impedirne la caduta non riportando il centro di gravità appiombo al disopra della base, ma spingendo la mano e quindi la base stessa al disotto di lui, onde restino ambedue nella stessa linea verticale; così la questione si riduce ad esaminare: se più facile sia ricondurre la base del bastone al disotto del di lui centro di gravità, quando questo è prossimo alla mano da cui è sostenuto, cioè, quando vi si appoggia la estremità più pesante, ovvero quando quel centro si trova da essa mano

più lontano, essendo la mentovata estremità collocata al disopra.

Per riuscire più facilmente nell'intento mi abbisogna riferire alcune leggi sul moto rotatorio dei corpi. La meccanica c'insegna che se una forza opera su di un corpo, e con tal direzione che passi pel di lui centro di gravità, questo corpo si muoverà più o meno veloce secondo la gagliardía della forza, ed il suo moto sarà semplicemente con moto di traslazione, senza alcuna rotazione o ravvolgimento attorno di sè stesso; che se la direzione di siffatta forza non passa pel centro di gravità, allora la faccenda procede diversamente, e si ha quel bellissimo Teorema, che il corpo si muove collo stesso moto di traslazione precisamente come nel primo caso, e di più in questo esso corpo, quasi per giunta, riceve un moto rotatorio attorno del proprio centro di gravità; così quando la direzione non passa pel centro di gravità, la forza produce, per così dire, due effetti che succedono contemporaneamente: uno è il moto di traslazione come se una tal forza operasse direttamente su quel centro, l'altro è la rotazione attorno di questo centro medesimo. E la velocità di siffatta rotazione è maggiore o minore secondo che tale è la distanza, cui la direzione della forza

passa dal centro di gravità; anzi essa velocità segue appunto la ragione di questa distanza, e ciò se la forza si considera sempre la stessa; chè se è diversa, la velocità è pure maggiore o minore secondo la maggioranza o minoranza di quella forza medesima.

La verità dell' annunziato teorema non avvi alcuno che non siasi trovato a vederla e toccarla, per dir così, con la mano. Guardate i ragazzi che giuocano al pallone: quando essi sono abbastanza esercitati per colpirlo col pugno al disotto per l' appunto del suo centro, il pallone vola per aria quasi senza alcuna rotazione; ma se avviene che sia percosso a sbieco o a scancio, per cui la forza del colpo non è diretta al centro, allora il pallone gira attorno di sè stesso nel tempo medesimo che corre per aria alla opposta banda del giuoco.

Veniamo pertanto a considerare il bastone posato in bilico in piedi sulla mano. Se si porta questa mano da destra, per esempio, a sinistra, e con essa per conseguenza il bastone, la mano appunto farà quella forza che opera sur una estremità del bastone per ispingerlo da destra a sinistra, e di cui la direzione non passa sul di lui centro di gravità.

Poniamo ora che questo centro sia, come si

disse superiormente, distante di un quarto della sua lunghezza totale da una estremità, e tre quarti dall' altra. Tanto nel caso che si appoggi sulla mano la parte più pesante, quanto che vi si appoggi la più leggiera, il bastone concepirà un moto di traslazione ed uno di rotazione quando la mano si muove, giacchè in ambedue i casi lo sforzo della mano non passa pel centro di gravità: il moto di traslazione sarà sempre lo stesso tanto in un caso quanto nell'altro, se la mano si muove sempre nel modo stesso; ma sarà diverso il moto di rotazione. Quando la parte più pesante è al disotto, lo sforzo della mano passa distante dal centro di un quarto della lunghezza totale, e quando è al disotto la più leggiera, vi passa distante tre quarti. Dunque la velocità della rotazione è nel primo caso la terza parte di quella che è nel secondo; vale a dire, se nel primo caso in un minuto terzo il bastone rotava attorno al suo centro di un grado, nel secondo ruoterà di tre gradi in egual tempo, e così per far ruotare il bastone di un grado nel secondo caso, la mano impiegherà la terza parte del tempo a produrre lo stesso effetto. E se si voglia impiegare lo stesso tempo di un minuto terzo per ottenere la rotazione di un grado, basterà adoperare la terza parte della forza.

Premesse queste cose, facilissimo si rende lo scioglimento della questione. Fingiamo che essendo quel bastone sostenuto appiombo sul palmo della mano, una cagione estrinseca ad esso lo faccia inclinare alla sinistra di un grado, pel che minacci di cadere da questa banda: egli è manifesto che ad impedire la caduta è necessario raddirizzarlo di un grado e riportarlo così all'appiombo. Ora spingendo rapidamente la mano dalla destra alla sinistra, cioè verso il luogo ove minaccia di cadere, si comunica a questo bastone un moto di traslazione, il quale per sè nulla cangia la inclinazione del bastone; tanto progredisce verso la sinistra la mano, o la estremità inferiore del bastone, quanto il centro di gravità, ed in conseguenza un tal moto nulla impedirebbe il precipizio del legno, e solo lo porterebbe a cadere sopra un punto del pavimento più lontano verso la sinistra. Siffatto movimento poi di traslazione, secondo ciò che abbiamo detto qui sopra, è lo stesso, sia che il bastone si appoggi alla mano colla sua parte più pesante, sia con la più leggiera; ma non è questo il solo effetto del trasportar la mano verso la banda, ove sta per traboccare il bastone. Egli anco concepisce un moto di rotazione attorno del suo centro di gravità, e

mercè appunto di questo moto, la estremità inferiore si spinge più avanti di esso centro, e così viene a rimettersi l'appiombo perduto; ma per questa rotazione non è mica la stessa cosa collocare il bastone in un modo o nell'altro. Da ciò infatti che si è detto sopra risulta che quando il centro di gravità è più alto, la rotazione di un grado, o il raddirizzamento del bastone minacciante caduta, si fa in una terza parte di tempo, o con una terza parte di quella forza, la quale è necessaria ad ottenere lo stesso intento quando il centro di gravità è più vicino alla mano; che se il bastone fosse impiombato in una sua estremità, onde il centro di gravità fosse ad essa più vicino cento o mille volte, il raddrizzamento si farebbe in un centesimo o in un millesimo di tempo, o con un centesimo o con un millesimo di forza quando il capo senza il piombo appoggiasse alla mano, a fronte di ciò che si dovrebbe impiegare quando avesse l'opposta situazione.

Ecco adunque perchè riesce molto più facile il mantenere in equilibrio ritto sur una mano un bastone ponendo la estremità più pesante al di sopra, ed ecco perchè appunto i cerretani, instruiti dalla pratica, danno una tale disposizione alle aste con cui fanno i loro giuochi di equi-

librio; anzi ho veduto talvolta che essi maliziosamente aggravano con qualche peso la estremità superiore del bastone, per rendersi assai più facile il di lui maneggio, ed al volgo, attonito spettatore dei loro giuochi, ciò dipingono come cosa di maggiore difficoltà; e qui pongo fine al mio ragionamento.

DISCORSO ACCADEMICO

SU

L' EFFETTO

DELLE ALI NELLE FRECCE (1).

Scartabellando un libro di mitologia, io vi lessi che Giove, sdegnato col figlio di Venere perchè metteva a soqquadro tutta la reggia dei Numi vibrando i suoi strali così a caso ed all'impazzata, si avvisò di correggere il capriccioso fanciullo col farlo studiare una somma di filosofia. Pallade fu scelta precettore, e cominciò ad istruirlo negli elementi della matematica e della fisica. Rapido il giovine percorse le dottrine fondamentali della geometria e della meccanica, e parea compiacersi di meditazioni sì nuove per esso.

Non era però trascorso molto tempo, dachè Amore aveva incominciato a farsi filosofo, che il Re dei Numi riconobbe un cangiamento nella condotta di lui; perchè, dove i colpi che una volta

(1) Letto in occasione di laurea conferita a diversi Agrimensori nella R. Università di Pavia, l'anno 1813.

scagliava l'alato fanciullo, erano incerti, e spesso andavano a vôto, non ferendo quello cui erano diretti, ora si trovavano tutti misurati e sicuri, nè accadeva mai che Amore colpisse uno scopo, che ei non avesse preso di mira; in somma egli era divenuto ancora più pericoloso di prima, giacchè dipendea dal di lui volere l'assoggettare or l'uno, or l'altro dei Numi.

Bramando Giove di conoscere come lo studio della matematica gli avesse cresciuta perizia nell' arte di saettare, a sè chiamò il giovinetto alunno di Minerva, ed interrogatolo, questi gli rispose: Oh Padre degli uomini e degli Dei, tu mi hai obbligato a studiare la geometria e la fisica, ed io ho creduto che il miglior modo di contraccambiare le tue cure per me, quello si fosse di trarre vantaggio a pro dell'arte mia da quelle scienze divine. Tu sai che i miei dardi altro non erano che alcune bacchette appuntate da un capo. Lanciate queste per aria spesso deviavano dal cammino che dovevano tenere, sbalzando e ravvolgendosi ora a destra ed ora a sinistra, e molte volte percuotendo un luogo, ove non avevo mirato, o dando il colpo di fianco. Innoltrato appena nello studio della meccanica, mi posi a specular sul modo di correggere le mie frecce, ed

immaginai di aggiungere all'altro due ali, dimostrando colle regole di quella scienza, che esse dovevano rimediare ai raccontati difetti. Piacque a Pallade la scoperta, ed invitandomi a tentare la sperienza, fui coronato da un felice successo. Ecco la ragione, o mio gran Padre, perchè ora i miei strali volano, e più lungi e più sicuri, a colpire il bersaglio; sta in quelle due ali tutto il nuovo pregio delle mie frecce.

Avendo letta questa risposta, ebbi il desiderio di conoscerne la dimostrazione, e la ritrovai in alcune note poste alla fine del libro: ora non sapendo io che in alcuni dei nostri trattati di fisica e di meccanica siasi parlato di siffatta dottrina, ho creduto che ad esporla, questa fosse la migliore occasione, perchè le filosofiche speculazioni di quel fanciullo studente di matematica difficilmente in altro luogo avrebbero potuto incontrare giudici più discreti e più dotti, di quei che si ritrovano in questa illustre adunanza, e quindi ottenerne un più benigno compatimento.

Figuriamoci di lasciar cadere nel vôto una bacchetta, la quale abbia più pesante un capo che l'altro, per la qual cosa il centro di gravità non si troverà alla metà della lunghezza di lei, ma più vicino al capo pesante. Ora se nel comincia-

mento del moto la bacchetta era appiombo, tale anco si conserverà in tutto il viaggio, ed andrà a percuotere di punta il pavimento; e se era inchinata da una banda in sul bel principio del muoversi, sempre conserverà la medesima inclinazione, e cadrà sul pavimento di fianco; di modo che facendosi, come abbiamo supposto, la caduta nel vôto, la medesima positura, che essa aveva rispetto ad una verticale quando principiò a cadere, la conserverà in tutto il tempo della caduta, movendosi, come suol dirsi, parallelamente a sè stessa.

E che così debba per appunto succedere si fa manifesto; imperciocchè nel vôto niuna altra forza sollecita la bacchetta a muoversi, se non se la gravità, la quale nei corpi liberamente cadenti, non può cagionare alcun moto di rotazione; essa in fatti non opera che per avvicinare al comune centro dei gravi tutte le parti materiali del corpo; e queste parti materiali sentendo tutte una eguale chiamata abbasso da parte della gravità, una non può discendere più veloce dell'altra, e quindi non possono esse reciprocamente turbarsi la loro discesa; dal che ne conseguita che nel cadere non può nè anco cangiarsi la primiera positura della bacchetta.

Ma la faccenda non andrà così, se la bacchetta cadrà nell'aria, ed avrà al principio del cadere una positura inclinata: allora vi è da considerare la resistenza del fluido, il quale contrasta e si oppone alla caduta del corpo, resistendogli con tanta maggiore gagliardìa, quanto è maggiore la velocità di esso corpo, colla quale ei cerca di spingere l'aria davanti e dalle bande, ed aprirsi attraverso di lei un passaggio; e quanto maggiore è la superficie del grave, che nel di lui muoversi si presenta al contrasto dell'aria stessa. Questa resistenza o conato dell'aria per trattenere il corpo cadente, opera in direzione contraria a quella del moto, di modo che, mentre la bacchetta discende, la resistenza del fluido debbe risguardarsi come una forza che respinga la bacchetta in alto, quasi forzandola a risalire. E il corpo cadente soffre un tal contrasto in tutti i punti della superficie inferiore, in tutti i punti cioè, nei quali la detta superficie guarda il terreno; pel che egli è come trattenuto indietro, ed obbligato a diminuire la celerità della caduta.

Non altro che questo effetto dell'aria su i corpi cadenti ha suggerito ai novelli giganti, che mercè del globo areostatico ardiscono d'innoltrarsi a signoreggiare le regioni del tuono e della folgore,

ha suggerito, io dico, il *para caduta*, coll' ajuto del quale possono da quell' altezza discendere tranquillamente, e ricoverarsi sulla terra, allora quando la natura sdegnata di tanto loro ardimento minaccia di fulminarli. Questo strumento è fatto a foggia d'ombrello, che si apre al momento che il volatore, abbandonato dal pallone volante, precipita abbasso. E l'uomo in certo modo attaccato al manico dell' ombrello, il quale presentando una superficie sì vasta all' aria, è da essa sostenuto, e forzato a discendere adagio, adagio.

Tornando ora al caso della bacchetta, e considerandola come divisa in due bracci dal suo centro di gravità, la resistenza dell' aria fa uno sforzo sopra ciascuno di questi bracci per ispingerlo in alto, e ruotare attorno di quel centro medesimo, giacchè, come insegna la meccanica, intorno ad altro punto non possono ravvolgersi i corpi lasciati liberi ed in balìa di sè stessi. E di qui ne viene, che essendo diseguali quei due bracci, perchè il mentovato centro di gravità si trova più vicino ad un capo che all' altro, il conato dell'aria nel braccio più lungo, la vincerà sul conato dell' aria nel più corto, e la bacchetta cadendo principierà a ravvolgersi intorno al detto centro di gravità, innalzandosi il braccio più lungo, ed abbassandosi l' altro.

Ora è facile a comprendersi che se la bacchetta incominciò a discendere, come supponemmo, inchinata all'orizzonte, dopo pochi momenti della caduta, essa, mercè quel ravvolgimento, che è l'effetto della resistenza dell'aria, verrà a raddirizzarsi, e darsi l'appiombo col suo braccio più lungo sopra, ed il più corto sotto; ma non essendovi una cagione, la quale allora distrugga il conceputo movimento di rotazione, la bacchetta continuerà a girare, e così il suo braccio più lungo s'inchinerà dalla banda opposta a quella, verso di cui era inchinato al principio del moversi. Allora la resistenza dell'aria, che questa mazza incontra nel continuare a cadere, operando sulla bacchetta in circostanze per un verso contrario a quelle, nelle quali operò quando la bacchetta era piegata dall'altra parte, cerca di cagionare in essa un moto di rotazione contrario al primiero. In questa guisa l'aria colla sua gagliardìa di resistere, va distruggendo a poco a poco quel primiero movimento; per la qual cosa quando la bacchetta prese da questa banda all'incirca la stessa inclinazione che aveva dall'altra, è estinto in lei ogni moto di rotazione, e comincia essa ad acquistarne un altro in opposta direzione a quel primo; di modo che se mentre incominciò a ca-

dere, incominciò anco il braccio più lungo ad andare da destra a sinistra, ruotando attorno del centro di gravità, ora continuando la mazza a discendere, torna quel braccio dalla sinistra alla destra, così facendo una specie d'oscillazione.

Io dissi che la bacchetta forzata dalla resistenza dell'aria ad abbandonare la situazione inclinata, cioè a raddrizzarsi e piegarsi dalla banda opposta, prenderà da questa banda una situazione all'incirca eguale alla primiera, da cui subito uscirà tornando indietro con uno opposto moto di rotazione. Ora conviene deciferare come bene sia per l'appunto quella seconda situazione rispetto alla prima, giacchè in ciò sta il nodo della questione.

Oltre la mentovata resistenza, la bacchetta ne incontra un'altra derivante pure dall'aria, e quella si è che contrasta al medesimo moto di rotazione, come avverrebbe alla stessa bacchetta, se, anco senza cadere, la si obbligasse a girare attorno di un perno. Essa nel ravvolgersi attorno di questo perno perderebbe a poco a poco la velocità mercè appunto la resistenza dell'aria e del perno, ed alla fine si fermerebbe. Un siffatto contrasto dell'aria alla rotazione della bacchetta, è la cagione che la situazione, ch'essa prende andando alla banda opposta a quella da cui incominciò a ro-

tare, sia più vicina al perpendicolo, o all'appiombo di quello che era al cominciamento della caduta; di modo che se da questo perpendicolo di braccio più lungo della mazza era distante 20 gradi quando principiò il cadere, lo stesso braccio dopo alcuni momenti si troverà per mo' d'esempio alla banda opposta distante 18 gradi, ed allora incomincia la seconda rotazione in direzione contraria alla prima. Pel medesimo motivo, continuando la caduta, torna la bacchetta ad inchinarsi dalla parte ove era in sul bel principio, e giunge per esempio alla distanza dell'appiombo di 15 gradi; quivi pervenuta, torna di nuovo indietro; e dalla opposta banda giunge anco ad una distanza minore dal perpendicolo, e così via via a guisa di un pendolo andando e venendo ora da destra a sinistra, ora da sinistra a destra, e facendo sempre oscillazioni minori, giunge infine a situarsi diritta nell'appiombo, e tale si conserva in tutto il restante della caduta, pel che va di punta, ed appiombo a battere sul terreno.

E facile anco sarebbe farne sperimento, anzi io credo che mille volte ciascun di noi si sarà imbattuto a vedere il fenomeno nel semplice cadere di una penna da scrivere, la quale comunque situata, cominci in principio a discendere, dopo

fatto alcune poche oscillazioni andando colla sua testa piumata ora da una banda or dall'altra, cade poi appiombo sul pavimento colla punta temperata all' ingiù.

Ecco dunque in che sta la differenza dal far cadere quella bacchetta nel vôto, o nell' aria. Quando essa cade nel vôto, la positura inchinata che essa aveva al principio della caduta è da lei mantenuta anco nel cadere; quando poi vi è l'aria, questa positura subito si cangia, e la bacchetta nel tempo della caduta ora si trova inchinata a destra, ora a sinistra, ed a misura che continua il cadere, la di lei inclinazione rispetto alla verticale, l'angolo, cioè, che essa fa con questa linea, va sempre scemando, finattantochè, se vi è tempo, quest' angolo si annulla affatto, e la bacchetta si colloca verticale col suo capo più pesante abbasso, e non cangia più positura finchè da qualche ostacolo non gli è impedito il discendere.

Questo fenomeno naturale tutto nasce dall'aria; ma siccome essa con due sforzi concorre a produrlo, così gioverà distintamente annoverare siffatti conati dell' aria. L' uno sta in questo, che trovandosi il centro di gravità più vicino ad una estremità della bacchetta, che all' altra, i due bracci di essa sono uno più lungo dell' altro, pel

che lo sforzo che fa l'aria sul braccio più lungo per impedire la caduta, superando quello sul più corto, appunto perchè sono di maggior numero i punti contro i quali l'aria resiste nel primo braccio, che nel secondo, la bacchetta è obbligata ad incominciare quelle rotazioni, o, per dire così, oscillazioni, delle quali si è parlato. L'altro conato poi consiste nella resistenza che l'aria oppone al moto rotatorio medesimo, la quale, diminuendo continuamente le mentovate oscillazioni, alla fine, se vi è tempo abbastanza, le annienta.

Consistendo pertanto le cagioni del fenomeno nella diseguaglianza di quei due sforzi esercitati dall'aria al di qua e al di là del centro di gravità sui due bracci della bacchetta, e nella resistenza dell'aria al moto di rotazione, ne conseguita che più poderose saranno queste cagioni, quanto maggiore sarà quella diseguaglianza di sforzi, e quell'altra resistenza dell'aria.

Ora all'estremità più leggiera della bacchetta, o al termine del braccio più lungo, s'accomodi un pennacchio, il quale pochissimo crescendone il peso, molto ne aumenti il volume: cosa avverrà egli? Certo che allora il conato dell'aria su quel braccio così cresciuto di mole, supererà il conato sull'altro braccio, molto più di quello che

faceva prima dell'aggiunta di quelle penne; aumentata così la causa, la quale induce una rotazione nella bacchetta cadente con positura obliqua, più rapido ne sarà il moto rotatorio, e più celeri per questo motivo si faranno quelle oscillazioni. Essendo poi la resistenza dell'aria al moto rotatorio enormemente accresciuta per la maggior superficie che presenta quell'ornamento della bacchetta, più presto s'estingueranno queste oscillazioni medesime; e più presto per conseguenza la bacchetta si porrà in una direzione verticale per continuare a cadere appiombo sul terreno.

Ma quel pennacchio un altro benefizio fa al moto della mazza: se mai nel momento che questa, abbandonata in sua balìa, principia a discendere, fosse da un'altra forza obbligata a prendere anco un moto di rotazione, la resistenza dell'aria presto lo estinguerebbe, e da quell'istante in poi essa nel mentre che cade, incomincerebbe quelle oscillazioni da una banda all'altra, delle quali oscillazioni si è a lungo parlato qui sopra.

Ecco pertanto in qual modo si può fare che una bacchetta, la quale, cadendo, andava a percuotere di fianco il suolo, vada ad urtarlo di punta coll'appiombo, basterà solo ad uno dei

suoi capi aggiungere alcune ali di penne egualmente disposte all' intorno di un capo della bacchetta; queste faranno sì che quando anco la bacchetta cominciasse a discendere con situazione obliqua alla direzione del suo viaggio, o a discendere con qualche moto di rotazione, presto essa prenderebbe la positura verticale.

Quanto abbiamo detto che debbe avvenire ad una mazza spinta al moto per solo effetto della gravità, facil cosa è il comprendere che succederà anco ad una bacchetta che si muova mercè di una qualunque impulsione. La banda verso cui va la bacchetta corrisponde al basso cui l'asta cadendo s' avvicinava, e la banda da cui la bacchetta si parte, tiene il posto dall' alto, da cui essa discendeva; l' effetto poi dell' aria per diminuire il movimento si fa nella direzione opposta di questo movimento, in quel modo stesso che nella mazzetta cadente si faceva di giù in su. Se poi questa bacchetta scagliata da qualche banda incomincerà a moversi stando distesa nella direzione del moto col suo capo più pesante innanzi, continuerà essa a mantenersi sempre in quella direzione, ed andrà a ferire lo scopo di punta; e se al principiare del moto, avrà una positura inclinata alla mentovata direzione, allora

in virtù della resistenza dell'aria che incontra, essa tenderà sempre a raddirizzarsi, a porsi, cioè, in dirittura colla direzione del suo viaggio, oscillando da una banda all'altra, con andate e ritorni sempre minori, che poi si estinguono affatto.

E tanto più presto si termineranno queste oscillazioni, che equivale a dire tanto più presto la bacchetta acquisterà la bramata dirittura, per non più cambiarla, quanto più vicino è il centro di gravità al capo pesante, e quanto più sono le ali che guarniscono la bacchetta dell'alto capo.

Ecco adunque quale è l'uffizio che prestano le ali alle frecce: senza di loro qualunque piccolo sconcerto che avvenga nel vibrarle, pel quale la direzione del moto o non passi pel centro di gravità, o non sia quella della freccia scoccata, essa se ne va prendendo nel primo caso qualche moto di rotazione, e nel secondo cammina come oscillando da una banda all'altra, e tardi si colloca nella direzione del moto, pel che può accadere, che essa giunga al bersaglio prima di avere acquistata questa dirittura, e lo percuota a scancio; animata poi di ali la freccia presto si distrugge ogni rotazione ed ogni inclinazione di essa, e la stessa resistenza dell'aria obbliga lo strale ad andare direttamente a percuotere lo scopo preso di

mira, ed in certo modo correggere l'imperizia del Balestriere. Non debbe però tralasciarsi anco di dire che più lungi vanno le frecce armate di ali, appunto per questo che hanno le ali. Infatti allora che la freccia si è collocata nella dirittura del moto, il che essa fa prestamente se è alata, pochissima resistenza soffre dall'aria ad andare avanti, non presentando ad essa che la punta e le ali per taglio, mentre grande la soffriva presentandoci il fianco. Di qui dunque ne conseguita, che quanto più presto lo strale prenderà quella bramata dirittura, per tanto minor tempo il di lui moto riceverà un gagliardo impedimento dall'aria, e quindi tanto meno scemerà la velocità colla quale è scoccato, e più lontano sarà spinto dalla forza della balestra.

Tale è la dimostrazione che io lessi in quel libro di mitologia; ivi però le cose erano dichiarate con maggior minutezza e rigore geometrico, poichè vi si faceva uso dell'algebra e della geometria, la cui mercè si aveva l'esatta misura dei diversi accidenti di questo fenomeno: ma sì fatto linguaggio non è adattato alla bugnola. Del resto da quella medesima dottrina dipende lo intendere come anco un bastone, che si getti in aria facendogli prendere un moto rotatorio, questo moto va

sempre divenendo più lento, e se grande è l'altezza cui si getta il bastone medesimo, e dalla quale ei debbe discendere, esso allora perviene a battere il suolo cadendovi appiombo, ed urtandolo con quello dei suoi due capi che è il più pesante.

E qui abbia fine questo Discorso accademico, che io feci per celebrare il giorno, nel quale a voi, o Giovani, è concesso il grado di periti agrimensori.

NOZIONI

SULLA FORZA DEGLI ANIMALI.

NOTA

Avendo io bisogno di alcune esperienze sul lavoro giornaliero degli animali, pensai che potesse essermi più proficuo l'avere delle osservazioni sopra il lavoro che essi effettivamente fanno nei diversi servizj della società, piuttosto che farli lavorare io a bella posta. Per questo col mezzo degl' Ingegneri del corpo delle acque e strade richiesi agli spedizionieri ed altre persone incaricate delle spedizioni di vetture, di merci, ecc., che mi sapessero dire quanto le bestie da soma e da tiro possono lavorare in un giorno senza pregiudicare alla loro salute e conservazione. Voleva che m'indicassero se caricate erano a schiena, o se tiravano; se il carro era a due o a quattro ruote; se la strada era in pianura o montagna; se ben conservata; quante ore di viaggio e quante miglia per ora, il peso del carro e del carico, e molte altre cose che qui non annovero; ebbi invero molte e molte risposte, ma talune infinita-

mente discordanti tra loro: pure vagliando, per dir così, queste notizie, e riducendole tutte ad una misura comune, riuscii a riunirne alcune degne di qualche fede.

Queste potendo essere utili anco ad altri geometri, che vogliano trattare del difficilissimo argomento della forza degli animali, come pure a chi si occupa nella società di siffatti maneggi, io ho pensato di renderle pubbliche.

Lavoro giornaliero di due cavalli in una strada in pianura ben mantenuta in buona stagione, attaccati essendo ad un carro a quattro ruote, senza alcun carico sulla schiena. L'unità del tempo è l'ora.

Cavalli	peso del carro in chilogram.	miglia metriche fatte in un'ora	ore
2	653,4	7,14	8,0
2	849,4	11,30	3,0
2	1715,2	3,57	11,0
2	1143,5	6,25	5,5
2	1316,7	4,46	10,0
2	1110,8	5,36	10,0
2	1170,0	5,21	9,0

Così p. e. due cavalli attaccati ad un carro, il cui peso unito a quello del carico sia di chilorammi 849,4, correndo 11,3 miglia per ora, ogni giorno viaggiano per tre ore.

Cavalli 3	chilogr. 1143,5	miglia metriche 4,46	ore 14
3	1731,5	5,36	9
3	2164,4	3,57	11
4	522,7	8,93	7
4	1502,8	4,46	14
4	1894,9	5,36	9
4	2354,4	3,57	10

Essendo la strada in pianura ben mantenuta, buona stagione, ecco alcune osservazioni sopra il lavoro giornaliero di un cavallo caricato a schiena.

Cavallo 1	chilogr. 116,0	miglia metriche 3,92	ore 8
1	104,0	5,26	6
1	93,0	4,34	10
1	76,6	7,14	9
1	0,0	5,21	10
1	0,0	10,71	6

E per un mulo nelle circostanze qui sopra annoverate pel cavallo si è trovato:

Muli 1	chilogr. 0,0	miglia di mille metri 5,21	ore 14
1	150,0	3,93	9
1	125,0	4,46	12
1	116,6	5,52	10

Strada in collina e montagna, bene mantenuta; buona stagione, solo caricato il cavallo in ischiena, ecco due osservazioni del lavoro giornaliero:

Cavallo 1	chilogr. 92,0	miglia metriche 3,12	ore 8
1	80,0	3,47	8

E per un mulo quando la strada è in collina e montagna, e nelle circostanze qui sopra annoverate, e si è veduto che

Mulo 1	chilogr.	137,0	miglia metriche	3,12	ore	8
1	. . . .	100,0	. . . .	5,36	.	9
1	. . . .	84,0	. . . .	3,47	.	12

Egualmente essendo la strada in collina e montagna, ben mantenuta, in estate, con un carro a quattro ruote si è osservato che

Cavalli 8	chilogr.	2793,5	miglia metriche	3,47	ore	7
2	. . . .	702,0	. . . .	3,47	.	7

Avvertimento. Nelle osservazioni qui sopra descritte bisogna avvertire, che ogni quattro o cinque giorni conviene dare un giorno di riposo alle bestie che hanno lavorato.

Attaccato un cavallo ad un carro a due ruote, con istrada in pianura ben tenuta, si è osservato che ogni giorno. (Il peso del carro è compreso nella carica che è qui scritta.)

Cavallo 1	porta chilogrammi	915,6	fa per ora migl. metr.	2,98	in ore	13
1	. . . .	833,3	. . . .	4,46	. . .	12
		Nelle stesse circostanze				
Cavalli 2	. . . .	1660,0	. . . .	3,57	. . .	11
2	. . . .	1770,0	. . . .	2,68	. . .	13
2	. . . .	1608,0	. . . .	4,46	. . .	12
		Nelle stesse circostanze				
Cavalli 3	. . . .	2416,6	. . . .	4,46	. . .	12
3	. . . .	2100,0	. . . .	3,92	. . .	15

Nelle stesse circostanze

Cavalli	4	3083,3	4,46	12
	4	3128,0	3,92	15

E per i muli attaccati ad un carro a due ruote si è osservato che in istrada piana e ben mantenuta, ed in buona stagione:

Muli	1	633,0	4,46	12
	1	833,0	3,72	14

Nelle stesse circostanze

Muli	2	1304,0	4,46	12
	2	1608,0	3,72	14

Nelle stesse circostanze

Muli	3	2688,0	4,46	12
	3	2416,6	3,72	14
	4	3083,0	3,72	14

E per i buovi attaccati ad un carro a quattro ruote, in pianura con buona strada e stagione, il lavoro giornaliero è

Buvi	2	1233,3	2,60	5
	2	755,0	3,47	9
	2	1300,0	3,12	8
	2	1526,0	1,79	12 $\frac{1}{2}$
	2	900,0	2,97	14
	4	1533,0	2,97	14
	4	1783,0	4,46	8
	4	2000,0	3,12	8

Nelle stesse circostanze, essendo la strada in montagna e collina.

Bovi	4	1497,0	2,60	7

Delle osservazioni del lavoro dei cavalli e dei muli attaccati ad un carro a due ruote si può fare poco uso, perchè non si sa di quanto il carro gravitava sulla schiena del cavallo delle stanghe. Solo si può, quando il tempo del viaggio è il medesimo, e medesima è la velocità per uno, due, tre, ecc., cavalli o muli, si può, dico, sottraendo il peso del carro strascinato da un cavallo dal peso del carro strascinato da due, ecc., avere il peso che strascinano uno, due cavalli, ecc.

Che se in queste osservazioni si troveranno molti elementi non pienamente determinati, si osservi che niun maggior vantaggio avremmo ottenuto da una minuziosa determinazione, poichè nel caso di fare qualche uso di esse, sarebbe stato quasi impossibile avere nell'atto pratico le stesse stessissime circostanze. E poi talune non sono tanto incerte ed indeterminate, come pare a prima vista, a chi è pratico di questi maneggi. Così quando è detto *strada in montagna* s'intenderà una strada che ragguagliatamente non abbia più del sette per cento di salita, e *strada in collina*, quella che non avrà piu del quattro per cento.

FINE.

INDICE

DI CIÒ CHE SI CONTIENE

IN QUESTO VOLUME.

OPUSCOLI SCRITTI IN DIVERSE OCCASIONI.

Discorsi accademici di meccanica animale.

Due Tavole in rame.

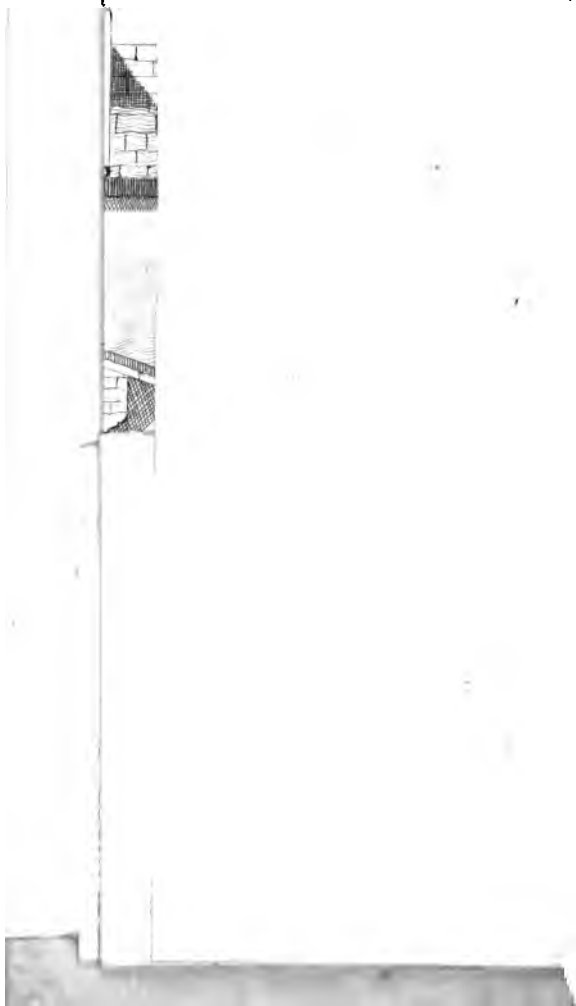
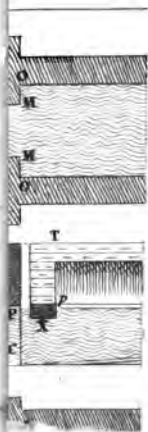
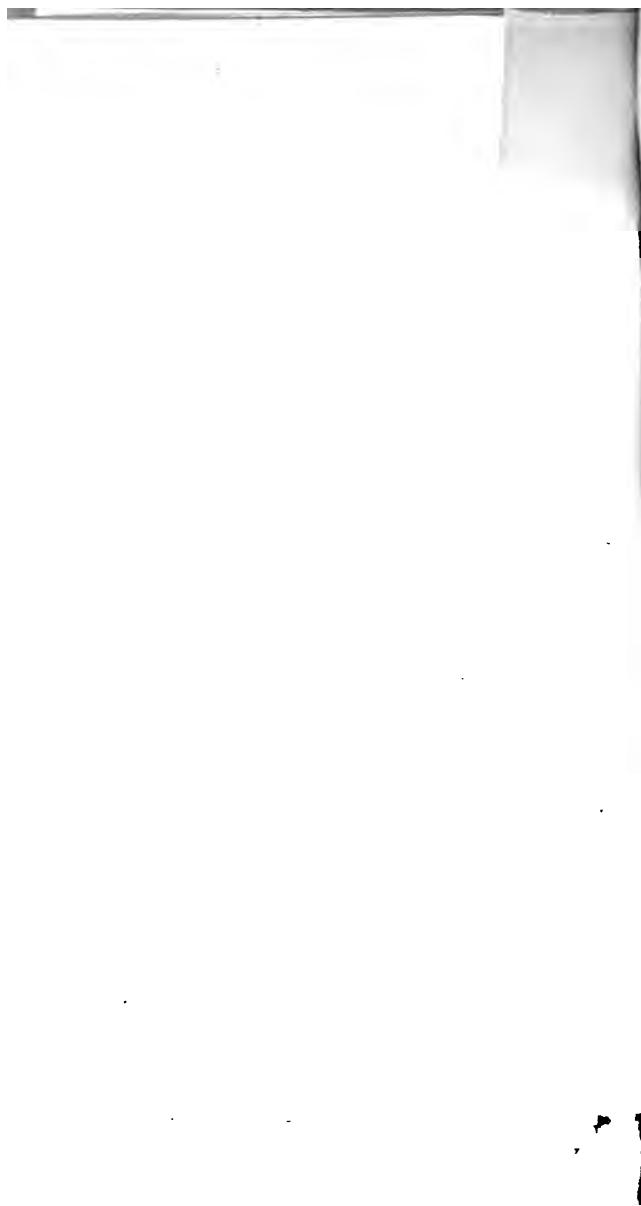
ERRORI.			CORREZIONI.
pag.	*lin.*		
9	10	*Fig. I*	*fig.* 1
20	12	seeondo	secondo
30	2	luto	lato
103	4	$\alpha\Delta+\alpha$	$\alpha+\Delta\alpha$
106	7	$=x\beta$	$x=\beta$
116	3	non non	non
218	19	piagare	piegare
247	16	di centro	il centro

PUBBLICATO

IL GIORNO XII SETTEMBRE

M. DCCC. XXVII.

Se ne sono tirate due sole copie
in carta turchina di Parma.

O
M
M
O
T
p
P
X
C

TRATTATO dei Cambi per la piazza di Milano sopra le principali piazze di commercio d'Europa. Milano 1824 in 4. *Ital. lir.* 2 60

—— elementare dei Registri di un'azienda, o sia metodo facile ed utile di tener i registri delle cose tanto di commercio che di famiglia. Brescia 1822 in 4. " 1 75

BEZOUT. Elementi di Aritmetica ad uso delle scuole militari del regno d'Italia. Milano 1810 in 8. " 2 00

ELEMENTI di Aritmetica decimale con una dettagliata esposizione opportuna per conoscere i nuovi pesi e misure del regno d'Italia; seconda edizione accresciuta della Teoria della formazione delle potenze, e dell'estrazione delle radici tanto quadrate che cubiche. Padova 1810 in 8. " — 75

PRINCIPJ fondamentali d'aritmetica moderna o sia nozioni preliminari alle operazioni aritmetiche colle parti decimali, e traduzione delle frazioni dei pesi e delle misure secondo l'antico e nuovo sistema, approvati dalla direzione generale di pubblica istruzione. Monza 1812 in 12. " — 40

CAGNOLI, Antonio. Trigonometria piana e sferica. Bologna 1804 in 4 fig. " 18 00

—— Notizie astronomiche; colla Vita scritta da Labus; *Rami* e *Ritr.*; *ed. III della Bibl.* " 4 00

FRISI. Operette Scelte; *Vita e Ritratto*; *della Biblioteca Scelta.* " 4 60

LECCHI. Trattato de' Canali navigabili, colla Vita, *Ritr.* e *Rami*, *della Bibl. Scelta.* " 3 50

CARDINALI, Franc. Elementi d'aritmetica ad uso del regno d'Italia. Bol. 1808 in 8. " 2 00

LA CROIX. Elementi d'Algebra trad. dal francese. Firenze 1810 vol. 2 in 8. " 12 00

—— Elementi d'aritmetica, tradotti da Santi Fabri, con note. Bol. 1822 vol. 2 in 8. " 10 50

VENEZIANI. Trattato d'aritmetica. Piacenza 1807 in 8. " 2 70